فصلنامه مدلسازی اقتصادی (سال سوم، شماره ٤ «پیاپی ١٠»، زمستان ١٣٨٨، صفحات ١٠١-٨٣)

برآورد بازار کار با استفاده ازشبکه عصبی فازی

صالح قویدل *   *محمود اوتادی* **   *مریم مصلح* ***

تاریخ دریافت: ١٣٨٩/٨/٦   تاریخ پذیرش: ١٣٩٠/١/٢٤

چکیده

در این مقاله یک روش جدید براساس شبکه عصبی فازی برای برآورد ضرایب فازی یک تابع عرضه و تقاضای نیروی کار با ورودی‌ها و خروجی‌های فازی، ارائه می‌شود. در بازار کار میزان دستمزد افراد و تولید ناخالص داخلی به صورت کلمات مبهم و یا فازی می باشند بنابراین لازم است این داده‌ها توسط رگرسیون فازی برآورد گردند و ضرایب این رگرسیون توسط شبکه عصبی فازی صورت می گیرد. برای تقریب پارامترها، یک الگوریتم در نظر گرفته می‌شود که این کار توسط شبکه عصبی صورت می‌پذیرد. در انتها به بررسی و براورد تابع عرضه و تقاضای فازی بازار کار ایران می‌پردازیم. همچنین توانایی روش مذکور را با روش‌های موجود مورد بررسی قرار خواهیم داد و مشخص شد که توانایی پیش بینی این روش از روش کاو و تاناکا برتری دارد.

طبقه‌بندی JEL: C15

واژه‌های کلیدی: بازار کار؛ شبکه عصبی فازی؛ رگرسیون فازی ؛ اعداد فازی

---

* استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد فیروزکوه، گروه اقتصاد، فیروزکوه، ایران [نویسنده مسئول]
mail: SALEH-mogh@yahoo.com

** استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد فیروزکوه، گروه ریاضی، فیروزکوه، ایران
email: mahmoodotadi@yahoo.com

*** استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد فیروزکوه، گروه ریاضی، فیروزکوه، ایران
mail: maryam-mosleh79@yahoo.com

١- مقدمه

تابع تقاضای عامل تولید عموماً از طریق حداکثر کردن سود بنگاه بدست می‌آید، معمولاً یک تابع تولید با دو عامل در نظر گرفته می‌شود. تابع تقاضای نیروی کار نیز با حداکثر کردن سود بنگاه بدست می‌آید و به صورت، $L = L(P, w, r)$ خواهد بود که، L تقاضای نیروی کار، P قیمت محصول، w قیمت نیروی کار یا همان دستمزد و r قیمت هر واحد سرمایه است. روش دیگر برای بدست آوردن تابع تقاضای نیروی کار،حداقل کردن هزینه با مقدار مشخص تولید است (کاول[1] ٢٠٠٤ و هندرسون[2] ١٩٨٥) این روش به سادگی از طریق لم شفارد[3] حاصل می‌شود.

تابع عرضه نیروی کار عموماً از طریق حداکثر کردن تابع مطلوبیت نسبت به مصرف و استراحت با فرض ثابت بودن بودجه حاصل می‌شود. این تابع به صورت، $h = h(p, w.A, e)$ است. که h عرضه نیروی کار، p قیمت محصول و w دستمزد است. دستمزد یا w با عرضه نیروی کار رابطه مثبت دارند، A سایر عوامل مانند سن، تحصیلات، جنسیت و غیره است و e نیز جمله اخلال است. در این تحقیق ما به دنبال برآورد دو تابع عرضه و تقاضای نیروی کار با استفاده از داده‌های اقتصاد ایران هستیم.

عمدتاً در اقتصاد برای نشان دادن ارتباط دو یا چند متغییر از رگرسیون استفاده می‌شود. برای مثال در تابع زیر نوسانات متغییر y توسط دو متغیر x_1 و x_2 توصیح داده شده است.

$$y_i = A_\circ + A_1 X_{i1} + A_2 X_{i2} + u_i \quad ; \quad i = 1,2,\dots,m$$

برای برآورد A_0،A_1 و A_2 عمدتاً از روش حداقل کردن مربعات باقیمانده‌ها استفاده می‌شود (ols). دربازار کار نیز برای براورد عرضه و تقاضای نیروی کار عمدتاً از تکنیک‌های اقتصاد سنجی که مبتنی بر رگرسیون است استفاده می‌کنند. هکمن و مکاردی[4] (١٩٨٠) یک مدل توبیت[5] با اثرات ثابت[6] برای براورد مدل عرضه نیروی

1. Cowell
2. Henderson
3. Shephurd `s Lemma
4. Hechman and MaCurdy
5. Tobit
6. Fixed Effect

کار زنان در نظر گرفتند. وربن[1] (۱۹۸۰) یک مدل SUR با خطاهای یک طرفه برای برآورد تابع تقاضای نیروی کار در نظر گرفت.

کانوی[2] و کستر[3] (۱۹۹۲) یک مطالعه با داده‌های تلفیقی برای نشان دادن حساسیت عرضه نیروی کار از دستمزد در نظر گرفتند. مفیت[4] (۱۹۹۳) یک مدل خطی با اثرات ثابت برای برآورد عرضه نیروی کار در آمریکا در نظر گرفت. پسران و اسمیت (۱۹۹۵) با یک مدل پنل دیتا ضرایب تابع تقاضا برای نیروی کار در صنایع انگلستان براورد کرده اند. چرگنسون (۲۰۰۸) اثر قیمت عوامل تولید بر تقاضا برای نیروی کار را در بین ۲۵ صنعت آمریکا به روش اقتصاد سنجی برآورد نمود.

به هر حال رگرسیون یکی از روش‌ها برای نشان دادن روابط بین متغیرهای مستقل و وابسته است. اما داده‌های بازار کار به صورت اعداد فازی هستند پس برآورد عرضه و تقاضای نیروی کار با در نظر گرفتن اینکه اعداد عرضه و تقاضا دقیق نیستند (یعنی فازی هستند)باید نتیجه بهتری از حالت غیر فازی ارایه کند(فرضیه تحقیق). رگرسیون فازی تعمیم رگرسیون کلاسیک می‌باشد که مولفه‌های آن اعداد فازی می‌باشد.رگرسیون فازی در پیش بینی مسائل بسیار موفق بوده(چانگ[5] ۱۹۹۷؛ چن و وانگ[6] ۱۹۹۹؛ سنگ و زنگ[7] ۲۰۰۲). بنابراین توسعه این روش‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است.

در این مقاله ابتدا یک ساختار از شبکه عصبی فازی با وزن‌ها، ورودی‌ها و خروجی فازی ارائه می‌کنیم، که در آن مدل خطی رگرسیون فازی به صورت زیر است:

$$Y_i = A_\circ + A_1 X_{i1} + \ldots + A_n X_{in-1}$$

که در آن i اندیس مشاهدات، $X_{i1},\ldots,X_{in}$، همه ضرایب و خروجی Y_i اعداد فازی می‌باشند. روابط بین ورودی‌ها و خروجی توسط اصل گسترش زاده (۱۹۷۵) بیان می‌گردد. بنابراین خروجی شبکه عصبی نیز عدد فازی می‌باشد که به طور عددی توسط حساب بازه ای (آلفلد و هرزبرگر [8] ۱۹۸۳) محاسبه می‌گردد.

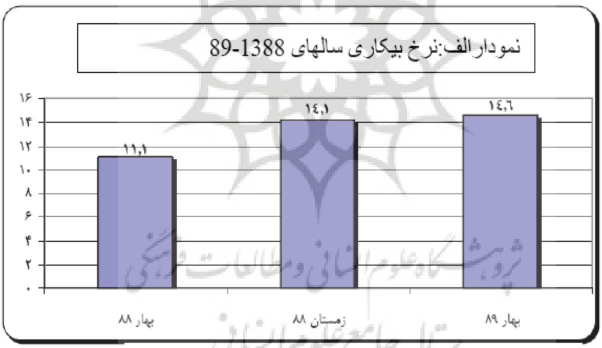
برای محاسبه وزن‌های فازی در شبکه عصبی یک تابع هزینه تعریف می‌گردد که با

1.Verbon
2.Conway
3 Kniesner
4.Moffitt
5. Chang
6. Chen & Wang
7. Tseng & Tzeng
8. Alefled & Herzberger

مینیمم کردن آن این وزن‌ها محاسبه می‌گردند.

۲- بازار کار ایران

عرضه نیروی کار کشور همان جمعیت فعال است،که از مجموع جمعیت شاغل و بیکاربدست می آید. از طرف دیگر تقاضا برای نیروی کار همان جمعیت شاغل می باشد،بنابراین جمعیت بیکار شکاف بین عرضه و تقاضای نیروی کار است. بر همین اساس برای تحلیل بازار کار نرخ بیکاری که شکاف عرضه و تقاضا را نشان می دهد درنمودار(الف) آمده است. بررسی نرخ بیکاری در طی سالهای ۱۳۸۸تا ۱۳۸۹نشان می دهد که در بهارسال ۱۳۸۹حدود ١٤/٦درصد از جمعیت فعال کشور بیکار بوده است.در صورتی که دربهار سال ۱۳۸۸ حدود۱۱درصد از جمعیت فعال بیکار بوده اند. به عبارت دیگر شکاف عرضه و تقاضا در طی این دو سال افزایش یافته است.



ماخذ:طرح آمارگیری نیروی کار ،مرکز آمار ایران

۳- مبانی نظری

در این قسمت نمادهای مورد استفاده در محاسبات فازی معرفی می‌گردد. مفاهیم را با تعریف عدد فازی شروع می‌کنیم.

۳-۱- عملیات روی اعداد فازی

در این قسمت عملیات روی اعداد فازی را که توسط زاده (۱۹۷۵) معرفی گردیده

تعریف می‌کنیم.

چون بردار ورودی در این شبکه عصبی، فازی است بنابراین تابع عضویت عملیات را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mu_{A+B}(z) = \max\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y) | z = x + y\},$$
$$\mu_{AB}(z) = \max\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y) | z = xy\},$$
$$\mu_{f(Net)}(z) = \max\{\mu_{Net}(x) | z = f(x)\}, \quad (\;)$$

که A، B و Net اعداد فازی و $\mu_*(.)$ تابع عضویت هر عدد فازی است، ^ عملگر مینیمم و $f(.)$ یک تابع عملگر است (مانند $f(x) = x$) که نرون‌های شبکه عصبی استفاده می‌کند.

عملیات بالا را می‌توان توسط h برش نمایش داد. h برش یک عدد فازی X به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$[X]_h = \left\{x \in R \;\middle|\; \mu_X(x) \geq h \quad for \quad 0 < h \leq 1,\right\}$$

و $[X]_0 = \bigcup_{h\in(0,1]} [X]_h$. بنابراین این h برش‌ها بازه‌های بسته ای به صورت $[X]_h = \left[[X]_h^L, [X]_h^U\right]$ می‌باشد که در آن $[X]_h^L$ و $[X]_h^U$ به ترتیب کران‌های چپ و راست h برش‌ها می‌باشند.

با استفاده از حساب بازه ای (۱۹۸۳ آلفلد[1]) عملیات روی اعداد فازی به صورت زیر می‌باشد:

$$A = B \Leftrightarrow [A]_h = [B]_h \quad for \quad 0 < h \leq 1, \qquad (۱)$$

$$[A+B]_h = \left[[A]_h^L + [B]_h^L, [A]_h^U + [B]_h^U\right] \qquad (۲)$$

$$[AB]_h = \begin{bmatrix} \min\{[A]_h^L.[B]_h^L, [A]_h^L.[B]_h^U, [A]_h^U.[B]_h^L, [A]_h^U.[B]_h^U\}, \\ \max\{[A]_h^L.[B]_h^L, [A]_h^L.[B]_h^U, [A]_h^U.[B]_h^L, [A]_h^U.[B]_h^U\} \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

$$f([Net]_h) = f\left(\left[[Net]_h^L, [Net]_h^U\right]\right) = \left[f\left([Net]_h^L\right), f\left([Net]_h^U\right)\right] \qquad (٤)$$

1. Alefled

که در آن f یک تابع افزایش می‌باشد. در حالتی که $0 \le [A]_h^L \le [A]_h^U$ می‌باشد روابط به صورت زیر می‌باشد.:

$$[A.B]_h = \left[\min\left\{[A]_h^L.[B]_h^L, [A]_h^L.[B]_h^U\right\}, \max\left\{[A]_h^U.[B]_h^L, [A]_h^U.[B]_h^U\right\}\right] \quad (5)$$

نتیجه جمع دو عدد فازی مثلثی به صورت زیر می‌باشد:

$$(a_m, a_l, a_r) + (b_m, b_l, b_r) = (a_m + b_m, a_l + b_l, a_r + b_r) \quad (6)$$

در این قسمت ضرب فازی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتیجه ضرب دو عدد فازی مثلثی به صورت یک عدد فازی LR می‌باشد، اما محاسبه این عدد کار ساده ای نیست چون L و R توابع خطی نیستند. بنابراین این ضرب را به صورت زیر تقریب می‌زنیم (فیورینگ 1995).

$$(a_m, a_l, a_r) \hat{*} (b_m, b_l, b_r) = (c_m, c_l, c_r) \quad (7)$$

با

$$c_m = a_m.b_m, c_l = c_m - c_\lambda, c_r = c_\rho - c_m$$
$$c_\lambda := \min(a_\lambda.b_\lambda, a_\lambda.b_\rho, a_\rho.b_\lambda, a_\rho.b_\rho)$$
$$c_\rho := \max(a_\lambda.b_\lambda, a_\lambda.b_\rho, a_\rho.b_\lambda, a_\rho.b_\rho)$$

که در آن $a_\lambda = a_m - a_l$ و $a_\rho = a_m + a_r$

ما در این قسمت فاصله دو عدد فازی را به دست می‌آوریم (فیورینگ[1] ۱۹۹۵).

تعریف ۲: نگاشت $\hat{d} : E \times E \to \overset{+}{R}$ به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\hat{d}(A, B) = \max(|a_m - b_m|, |a_\lambda - b_\lambda|)$$

که در آن $A = (a_m, a_l, a_r)$ و $B = (b_m, b_l, b_r)$

۲-۳ - روابط بین ورودی – خروجی از هر واحد

در این قسمت یک شبکه عصبی پیشرو را با n واحد ورودی و یک واحد خروجی را

1.Feuring

فازی می‌کنیم. بردار ورودی، خروجی اصلی و وزن‌های ارتباطی همگی اعداد فازی می‌باشند. به منظور بدست آوردن قانون یادگیری، ما در این قسمت بردار ورودی و وزن‌ها را اعداد مثلثی درنظر می‌گیریم(بدون کاسته شدن از کلیت مسئله).

واحدهای ورودی:

$$O_{i0} = 1, O_{ij} = X_{ij} \qquad i = 1,2,\dots,m,\ j = 1,\dots,n. \qquad (۸)$$

واحد خروجی:

$$Y_i = f(Net_i) \qquad (۹)$$

$$Net_i = W_0 + O_{i1} \hat{*} W_1 + \dots + O_{in} \hat{*} W_n, \qquad i = 1,2,\dots,m \qquad (۱۰)$$

که X_{ij} یک ورودی فازی و W_j وزن فازی است (به شکل ۱ نگاه کنید).

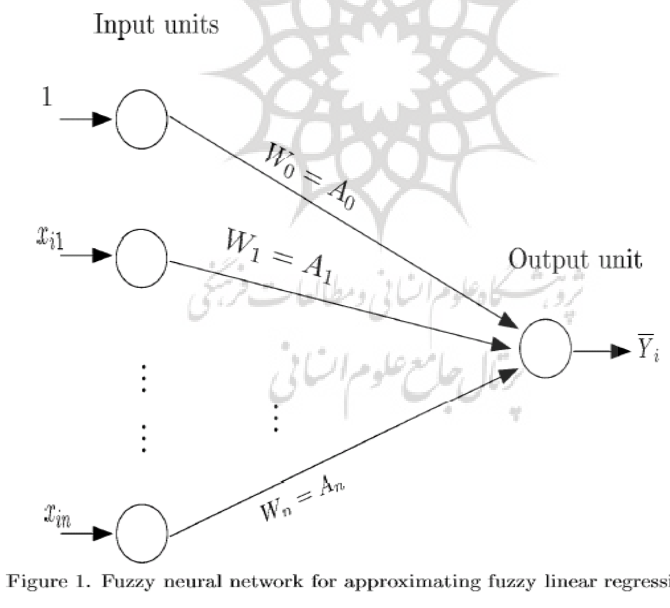


Figure 1. Fuzzy neural network for approximating fuzzy linear regression.

٤-۲ – محاسبه خروجی فازی

خروجی فازی از هر واحد در معادلات (۱۰) – (۸) به صورت عددی برای

مجموعه برش‌ها از ورودی و وزن فازی به صورت زیر می‌باشد:

واحدهای ورودی:

$$[O_{ij}]_h = X_{ij\ h} [\qquad] \quad i=1,\dots,m \ \ , j=1,\dots,n \qquad (۱۱)$$

واحد خروجی:

$$[Y_i]_h = f\left(Net_{i\ h} \right), \quad] \qquad (۱۲)$$

$$[Net_i]_h = \sum_{j=0}^{n} [O_{ij}]_h . W_{j\ h} [\qquad] \quad i=1,2,\dots,m. \qquad (۱۳)$$

۳-۳- مدل رگرسیون خطی فازی

در ایـــن بخـــش متغییـــر وابـــسته فـــازی Y را بـــه متغیـــرهـــای مـــستقل فـــازی $X_1, X_2, \dots, X_n$ توسط تابع خطی زیر ارتباط می‌دهیم، یعنی:

$$f : E^n \to E$$

$$Y_i = f(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in})$$

که در آن i اندیس مشاهدات می‌باشد.

در این قسمت هدف براورد رگرسیون خطی فازی می‌باشد که به صورت زیـر بیـان می‌گردد:

$$\bar{Y_i} = A_0 + A_1 \hat{*} X_{i1} + A_2 \hat{*} X_{i2} + A_n \hat{*} X_{in}. \qquad (۱٤)$$

وقتی که $f : E \to E$ در این صورت هر کسی ممکن است با چشم، خطی از بین خطوط که بهترین است را در نظر بگیرید. متاسفانه خطوط مختلفی برای این کار وجود دارد و در این قسمت هدف به دست آورن بهترین خط با استفاده از فرمول‌ها و روابـط ریاضی می‌باشد. سوالی که اینجا مطرح می‌گردد آن است که در حالت فازی چگونه می‌توان بهترین خط را بدست آورد ؟

چون داده‌های واقعی در اقتصاد به صورت فـازی مـی‌باشـند و در توابـع عرضـه و تقاضا، داده‌ها فازی می‌باشند (مانـنـد قیمـت کـالاهـا، در آمـد شخـصی و...) بنـابراین

می‌خواهیم توسط رگرسیون فازی، بهترین خط ممکن را به دست آوریم. حال ضرایب $A_0, A_1, ..., A_n$ که ضرایب رگرسیون می‌باشند و به صورت فازی بیان گردیده اند و این ضرایب روی ورودی‌های فازی $X_{i1}, X_{i2}, ..., X_{in}$ اثر گذاشته اند و خروجی فازی را تولید کرده اند را به دست می‌آوریم.

در این قسمت می‌خواهیم ضریب رگرسیون $A_0, A_1, ..., A_n$ را طوری به دست آوریم که خروجی شبکه

عصبی بتواند خروجی اصلی را به اندازه کافی تقریب بزند. براساس نرم داریم:

$$\min\left\|\left[\overline{Y}_i\right]_h^L-\left[Y_i\right]_h^L\right\| \quad و \quad \min\left\|\left[\overline{Y}_i\right]_h^U-\left[Y_i\right]_h^U\right\|, \qquad h\in[0,1]. \qquad (۱۵)$$

بنابراین

$$\min \quad \hat{d}\left(\overline{Y}_i, Y_i\right) \qquad i=1,2,...,m \qquad (۱۶)$$

بنابراین یک مسئله بهینه سازی داریم.

شبکه عصبی که ورودی، وزن‌ها و خروجی فازی دارد در شکل ۱ طراحی شده است. در این شبکه عصبی نرون‌های ورودی، ورودی خود را تغییر نمی‌دهند، سپس این ورودی‌ها توسط وزن‌ها اثر گذاشته می‌شوند و ورودی نرون خوجی به صورت زیر می‌باشد:

$$A_0 + A_1 \hat{*} X_{i1} + ... + A_n \hat{*} X_{in}.$$

نرون خروجی از تابع همانی استفاده می‌کند و خروجی نرون ورودی همان ورودی خود است،

بنابراین:

$$\overline{Y}_i = A_0 + A_1 \hat{*} X_{i1} + ... + A_n \hat{*} X_{in}.$$

در این قسمت ورودی‌های تحت آموزش $\{(1, X_{11}, ..., X_{1n}), ..., (1, X_{m1}, ..., X_{mn})\}$ و خروجی‌های تحت آموزش به صورت $\{Y_1, ..., ..., Y_m\}$ می‌باشند. در بخش زیر الگوریتم یادگیری برای این شبکه عصبی ارائه می‌گردد.

یادگیری شبکه عصبی فازی

مجموعه h برش‌های خروجی واقعی Y_i به صورت

$$[Y_i]_h = \left[[\overline{Y}_i]_h^L - [Y_i]_h^U\right], \qquad i = 1,\dots,n, \tag{۱۷}$$

می باشد که در آن $Y_i^L(h)$ طرف چپ h برش و $Y_i^U(h)$ طرف راست h برش Y_i را نشان می‌دهد. یک تابع هزینه که باید مینیمم شود به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h = [E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^L + [E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^U, \tag{۱۸}$$

که در آن

$$[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left([\overline{Y}_i]_h^L - [Y_i]_h^L\right)^2,$$

$$[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left([\overline{Y}_i]_h^U - [Y_i]_h^U\right)^2,$$

هزینه کل برای جفت‌های ورودی و خروجی به صورت:

$$e = \sum_h [E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h$$

می باشد. بنابراین $[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^L$ خطای چپ و $[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^U$ خطای راست را نشان می‌دهد. در این کار نرم به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned}
[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^L &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(|\overline{Y}_i|_h^L - |Y_i|_h^L\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\Big(\sum_{j=0}^{n}\Big[O_{ij}\hat{*}W_j\Big]_h^L - [Y_i]_h^L\Big)^2 \\
[E(W_0,W_1,\dots,W_n)]_h^U &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(|\overline{Y}_i|_h^U - |Y_i|_h^U\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\Big(\sum_{j=0}^{n}\Big[O_{ij}\hat{*}W_j\Big]_h^U - [Y_i]_h^U\Big)^2
\end{aligned} \tag{۱۹}$$

واضح است که مسئله بهینه سازی یک مسئله غیر خطی است. بنابراین:

$$[\nabla E(W)]_h^L = \left([\frac{\partial E(W)}{\partial W_0}]_h^L,\dots,[\frac{\partial E(W)}{\partial W_n}]_h^L\right)^T$$

$$[\nabla E(W)]_h^U = \left([\frac{\partial E(W)}{\partial W_0}]_h^U,\dots,[\frac{\partial E(W)}{\partial W_n}]_h^U\right)^T$$

نکته ۱: چون معادله (۱۹) یک تابع غیر خطی است بنابراین بدون کم شدن از کلیت مسئله فرض کنید $0 \le [a_{ij}]_h^L \le [a_{ij}]_h^U$ و $0 \le [W_j]_h^L \le [W_j]_h^U$ برای $i=1,\dots,m \;\; , j=0,\dots,n$ بنابراین داریم:

$$[E(W)]_h^L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=0}^{n}[X_{ij} * W_j]_h^L - [Y_i]_h^L)^2$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}[(\sum_{j=0}^{n}[X_{ij}]_h^L[W_j]_h^L)^2 - 2[Y_i]_h^L \sum_{j=0}^{n}[X_{ij}]_h^L[W_j]_h^L + ([Y_i]_h^L)^2]$$

$$= \frac{1}{2}\{(\sum_{i=1}^{m}([X_{i1}]_h^L)^2([W_1]_h^L)^2 + \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{m}([X_{i2}]_h^L)^2([W_2]_h^L)^2 + \dots$$

$$+ \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{m}([X_{in}]_h^L)^2([W_n]_h^L)^2 + 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i1}]_h^L[X_{i2}]_h^L)[W_1]_h^L[W_2]_h^L$$

$$+ 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i1}]_h^L[X_{i3}]_h^L)[W_1]_h^L[W_3]_h^L + \dots + 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i1}]_h^L[X_{in}]_h^L)[W_1]_h^L[W_n]_h^L$$

$$+ 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i2}]_h^L[X_{i2}]_h^L)[W_2]_h^L[W_3]_h^L + 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i2}]_h^L[X_{i4}]_h^L)[W_2]_h^L[W_4]_h^L$$

$$+ \dots + 2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i2}]_h^L[X_{in}]_h^L)[W_2]_h^L[W_n]_h^L + \dots +$$

$$2(\sum_{i=1}^{m}[X_{i.n-1}]_h^L[X_{in}]_h^L)[W_{n-1}]_h^L[W_n]_h^L\} + (-\sum_{i=1}^{m}[X_{i1}]_h^L[Y_i]_h^L)[W_1]_h^L$$

$$+ (-\sum_{i=1}^{m}[X_{i2}]_h^L[Y_i]_h^L)[W_2]_h^L + \dots + (-\sum_{i=1}^{m}[X_{in}]_h^L[Y_i]_h^L)[W_n]_h^L + \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{m}[Y_i]_h^L)^2$$

$$= \frac{1}{2}([W]_h^L)^T [Q]_h^L[W]_h^L + ([B]_h^L)^T [W]_h^L + [C]_h^L,$$

که در آن

$$[Q]_h^L = [(q_{ij})]_h^L,$$

$$[B]_h^L = ([b_0]_h^L,\dots,[b_n]_h^L)^T,$$

$$[C]_h^L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}([Y_i]_h^L)^2,$$

$$[q_{ij}]_h^L = \sum_{k=1}^{m}[X_{ki}]_h^L[X_{kj}]_h^L,$$

که در آن $[q_{ij}]_h^L = [q_{ji}]_h^L$ و $[b_i]_h^L = -\sum_{k=1}^{m}[X_{ki}]_h^L[Y_k]_h^L$ ما داریم:

$$[\nabla E(W)]_h^L = [Q]_h^L[W]_h^L + [B]_h^L, \quad (۲۰)$$

به همین ترتیب می‌توان $[E(W)]_h^u$ را به دست آورد.
برای بدست آوردن یک الگوریتم تکراری بنا به (اشی یوجی[1] ۱۹۹۵) داریم:

$$([Q]_h^L([W_k]_h^L - [\mu_k]_h^L[\nabla E(W_k)]_h^L) + [B]_h^L)^T([Q]_h^L[W_k]_h^L + [B]_h^L) = 0$$

و همچنین

$$([Q]_h^U([W_k]_h^U - [\mu_k]_h^U[\nabla E(W_k)]_h^U) + [B]_h^U)^T([Q]_h^U[W_k]_h^U + [B]_h^U) = 0$$

بنا به معادلات بالا داریم:

$$[\mu_k]_h^L = \frac{([\nabla E(W_k)]_h^L)^T[\nabla E(W_k)]_h^L}{([\nabla E(W_k)]_h^L)^T[Q]_h^L[\nabla E(W_k)]_h^L} \qquad (۲۱)$$

و

$$[\mu_k]_h^U = \frac{([\nabla E(W_k)]_h^U)^T[\nabla E(W_k)]_h^U}{([\nabla E(W_k)]_h^U)^T[Q]_h^U[\nabla E(W_k)]_h^U} \qquad (۲۲)$$

با به دست آمدن مقادیر به دست آمده داریم:

$$\begin{aligned} W_{k+1} &= W_k + \Delta W_k \\ \Delta W_k &= -\mu_k \nabla E(W_k) + \alpha \Delta W_{k-1} \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

می توانیم روابط بالا را برای حالت‌های دیگر از ورودی‌ها و وزن‌ها بنویسیم.

مقایسه بین روش‌های مختلف

این مطالعه بدون مقایسه روش‌های موجود کامل نمی‌شود. این مقایسه‌ها به صورت زیر می‌باشند:

1. Ishibuchi

مصلح[1] و همکاران (۲۰۱۰) رگرسیون فازی به صورت $Y_i = A_\circ + A_1x_{i1} + A_2x_{i2} + \ldots + A_nx_{in}$ در نظر گرفتند که در آن ورودی‌ها غیر فازی ولی خروجی فازی است. ولی در این مطالعه ورودی‌ها نیز فازی است. بنابراین این روش نسبت به روش موجود کاملتر است.

در این مقاله اگر ورودی‌های فازی را به صورت نقاط فازی در نظر بگیریم داریم: $[x]_h = \left[[x]_h^L, [x]_h^U\right]$ در این حالت مقاله موجود به مقاله مصلح و همکاران تبدیل می‌گردد به همین منظور، از نظر دقت پیش بینی در مثال ۱ روش اخیر با روش‌های کاو[2] و همکاران (۲۰۰۳) و تاناکا[3] و همکاران(۱۹۸۹) مقایسه شده است که نشان می‌دهد این روش دارای دقت بالاتری نسبت به روش‌های موجوداست.

٤- مثال‌های عددی

در این قسمت روش موجود را با یک مثال از نظر دقت و یک مثال اقتصادی در بازار کار ایران توضیح می‌دهیم، همچنین دقت شود که این نوع پیش بینی فازی را می‌توان در قسمت‌ها مختلفی از اقتصاد به کار برد.

- *مثال(۱-٤)*: کاو و همکاران (۲۰۰۳) و تاناکا و همکاران(۱۹۸۹) با یک مثال مدل، رگرسیون خود را توضیح داده اند که در آن متغیرهای ورودی حقیقی ولی متغیر خروجی عدد فازی است. اگر این داده‌ها را برای $h = 0,0.1,...,1$ حل کنیم و مدل را بدست اوریم، دقت روش‌ها در جدول ۱ آمده است که نشان می‌دهد روش موجود در این مقاله از روش‌های قبل دارای دقت بالاتری است و پیش بینی را بهتر انجام می‌دهد. مدل تاناکا به صورت:

$$\overline{Y}_T = (3.850, 3.850, 3.850) + 2.100x_1$$

1. Mosleh
2.Kao
3. Tanaka

می باشد، مدل کاو برای داده‌ها به صورت:

$$Y_K = 4.88 + 1.718x_1 + (0.118, 2.32, 2.32).$$

و مدل شبکه عصبی به صورت:

$$Y_N = (4.9499, 1.8399, 1.8398) + (1.71, 0.16, 0.1601)x$$

می باشد.

جدول ۱: مقایسه خطای برآورد در مثال (۱-٤)

متغیر مستقل	متغیر وابسته	خطای برآورد Tanaka	خطای برآورد Kao	خطای برآورد Neural network
۱	(۱.۸، ۱.۸، ۸.۰)	٦۲.٤۰۷۱	۲۱.۲٦۷۱	۱۹.۹۰۸٤
۲	(۲.۲، ۲.۲، ٦.٤)	٦۲.٤۰۷۱	۲۱.۲٦۷۱	۱۹.۹۰۸٤
۳	(۲.٦، ۲.٦، ۹.۵)	۱۰.٦٦۳۱	٤.۰۰۲۲	٤.۰۰۱٦
٤	(۲.٦، ۲.٦، ۱۳.۵)	۲۳.۲۰۳۱	۳۲.۱٦٦۷	۳۲.۲۲۱٤
۵	(۲.٤، ۲.٤، ۱۳.۰)	۲۸.۱٤۲۱	۲.۹۵۳۵	۲.۹۷۱۹
مجموع خطا		۱۸٦.۸۲۲٦	۸۱.٦۵٦۷	۷۹.۰۱۱۸

مثال ٤-۲- عرضه و تقاضای نیروی کار ایران

در این مثال از داده‌های عرضه و تقاضای نیروی کار اقتصاد ایران استفاده می‌شود. در جدول (۲) داده‌های مربوط برای برآورد تابع تقاضای نیروی کار آمده است و در جدول (۳) داده‌ها برای برآورد تابع عرضه نیروی کار آورده شده است.

جدول ۲: ورودی و خروجی برای برآورد تقاضای نیروی کار در مثال (٢-٤)

سال	تولید ناخالص داخلی (X_{i1}) (میلیارد ریال به قیمت ثابت سال ۱۳۷٦)	دستمزد (X_{i2}) (میلیارد ریال به قیمت ثابت سال ۱۳۷٦)	اشتغال (Y_i) (نفر)
۱۹۸۸	(۱.۲٥، ۰.۷٥، ۱۸۰۸۲۲.٥)	(۱، ۱، ۱۹۰٥۰.٦)	(۰.۲٥، ۰.٥، ۱۱٦۱۸۷٤۱.٥)
۱۹۸۹	(۱.٦، ۱.۲، ۱۹۱٥۰۲.٦)	(۱.۲٥، ۱، ۱۹۲٦٤.۲)	(۱.٥، ۱.٥، ۱۱۹۲۷٦٥۲.٥)
۱۹۹۰	(۱.٤، ۱.۱، ۲۱۸٥۳۸.۷)	(۰.۷٥، ۱، ۲۰٦۱۱.٤)	(۲، ۲.۲٥، ۱۲٥٤۷۷۲٥.۹)
۱۹۹۱	(۰.۷٥، ۱.۲، ۲٤٥۰۳٦.٤)	(۰.۲٥، ۱، ۲۲۷۷۸.٤)	(۳، ۲.۷٥، ۱۳۰۹٦٥٥۸)
۱۹۹۲	(۱، ۱.۲٥، ۲٥٤۸۲۲.٥)	(۱.۲، ۰.۷٥، ۲۲۸٥۹.۱)	(۳.۲، ۳.۱، ۱۳۲۳۱۸۸٥)
۱۹۹۳	(۰.۷٥، ۰.٤، ۲٥۸٦۰۱.٤)	(۰.۷٥، ۰.٥، ۲٤۸٦٦.۷)	(۳.٦، ٤، ۱۳٤۱٥۰۷۹.۹)
۱۹۹٤	(۰.۲، ۱.۱، ۲٥۹۸۷٦.۳)	(۱، ۰.۹، ۲٥٤٤٥.۱)	(٤، ٤.۷، ۱۳٦۸۹۳٦۷.٦)
۱۹۹٥	(۰.٥، ۰.۹، ۲٦۷٥۳٤.۲)	(۰.۷٥، ۰.۸، ۲٤٦۲٤.۸)	(٤.۹، ٥، ۱٤۰۷٤۰۰٤.٥)
۱۹۹٦	(۰.۹، ۰.٦، ۲۸۳۸۰٦.٦)	(۱، ۱.۱، ۲٤۷٤۲.٤)	(٥.٦، ٥.۲، ۱٤٥۷۱٥۲۷.۳)
۱۹۹۷	(۰.٤٥، ۰.۲٥، ۲۹۱۷٦۸.۷)	(۱.۷٥، ۱.٤، ۲۳۹٤۸.٤)	(٥.۹، ٦.۱، ۱٥۰۲۲۹٥٦.۲)
۱۹۹۸	(۰.۲٥، ۰.۷٥، ۳۰۰۱۳۹.٦)	(۰.٥، ۱، ۲٤۲۹٤.٦)	(٦، ٦.٥، ۱٥۲۹٥٥۱۱.۸)
۱۹۹۹	(۰.۷٥، ۰.۲۲، ۳۰٤۹٤۱.۲)	(۰.٥، ۰.۲٥، ۲۲٥۷٦)	(٦.۷، ۷.۱، ۱٥۷۹۰٦۷۲.۹)
۲۰۰۰	(۱.٥، ۱، ۳۲۰۰٦۹)	(۰.٥، ۰.۹، ۲٤٦۱۳.۹)	(۷، ۷.٥، ۱٦٤۳۰٦٦٥.٦)
۲۰۰۱	(۱.۲٥، ۱، ۳۳۰٥٦٥)	(۰.۲٥، ۰.۹، ۲٤۷۸۰.۹)	(۸.۱، ۸، ۱۷۰۲۰۸٥٦.٤)
۲۰۰۲	(۰.۸۷، ۰.۷٥، ۳٥٥٥٥٤)	(۱.۲٥، ۱، ۲٥٦۹۱)	(۸.٥، ۸.۲، ۱۷۷٥۹۸۳٤.۹)
۲۰۰۳	(۱، ۱، ۳۷۹۸۳۷)	(۰.۷٥، ۰.۸، ۲٦۰۱۳.۸)	(۸.٦، ۸.٥، ۱۸۳٤۳۲۰۹.۳)
۲۰۰٤	(۱، ۱، ۳۹۸۲۳٤)	(۰.۷٥، ۰.۲٥،۲٦٦٥۳.٥)	(۹.٥، ۹.٤، ۱۹۰٦۳۹٥٦.۲)
۲۰۰٥	(۱.۲٥، ۱، ٤۱۹۷۰٥)	(۰.٥، ۱، ۲٦۳۱۷)	(۱۰.۲، ۱۰، ۱۹۷٤۳۰۰۸.۸)
۲۰۰٦	(۰.۲٥، ۰.۷٥، ٤٤٥۷۹۰)	(۰.٥، ۰.٥، ۲٦٥۰۱.۳)	(۱۲، ۱۱.۳، ۲۰٤۷٦۳۲۷)

مأخذ: مرکز آمار ایران، آمارگیری از ویژگی‌های اشتغال و بیکاری خانوار – بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران حساب‌های ملی.

جدول ۳: ورودی و خروجی برای برآورد عرضه نیروی کار در مثال (۲-٤)

سال	تولید ناخالص داخلی (X_{i1}) (میلیارد ریال به قیمت ثابت سال ۱۳۷٦)	دستمزد (X_{i2}) (میلیارد ریال به قیمت ثابت سال ۱۳۷٦)	نرخ مشارکت نیروی کار (Y_i) (درصد)
۱۹۸۸	(۱۲، ۱۱، ۱۸۰۸۲۲.۵)	(۱۱، ۹، ۱۹۰۵۰٦)	، ۰.۱۱، ۳۸.٦۹۹۹)
۱۹۸۹	(۷، ۹، ۱۸۹۵۹۷.۱)	(۹.۸، ۸.۸، ۱۹۲٦٤.۲)	(۰.۱۰۱، ۰.۱۰۳، ۳۸.۱۱٦۹)
۱۹۹۰	(۹، ٤، ۲۱۸۵۳۸.۷)	(۸.۹، ٦.٦، ۲۰٦۱۱.٤)	(۰.۱۰۸، ۰.۱۳٤، ۳۸.۲۹۹۹)
۱۹۹۱	(۷.٤، ۵.٦، ۲٤۵۰۳٦.٤)	(٦.۹، ۵.٦، ۲۲۷۷۸.٤)	(۰.۱۲، ۰.۱۷، ۳۸.۰۹۹۹)
۱۹۹۲	(۱۳.۵، ۱۲.۲، ۲۵٤۰۵۹.۲)	(۵، ۷.۹، ۲۲۸۵۹.۱)	(۰.۲، ۰.۲، ۳۷.٦۹۹۹)
۱۹۹۳	(۷، ۱۲.٦، ۲۵۸٦۰۱.٤)	(۱٦.۳، ۱٤، ۲٤۸٦٦.۷)	(۰.۲٤، ۰.۲۲، ۳۷.۱۹۹۹)
۱۹۹٤	(۱۲.۷۵، ۱۱.۲۵، ۲۵۹۸۷٦.۳)	(۸.۹، ٦.۹، ۲۵٤٤۵.۱)	(۰.۲۷، ۰.۲۸، ۳٦.۷۹۹۹)
۱۹۹۵	(۱۲.۲، ۱۱.۸، ۲٦۷۵۳٤.۲)	(۱۰، ۱۲، ۲٤٦۲٤.۸)	(۰.۳۲، ۰.۳۱، ۳٦.٤)
۱۹۹٦	(۱۱، ۱۲.٤، ۲۸۳۸۰٦.٦)	(۸.۹، ٤.٦، ۲٤۷٤۲.٤)	(۰.۳۷، ۰.۳۵، ۳۵.۳)
۱۹۹۷	(۹، ۱۰، ۲۹۱۷٦۸.۷)	(۸.٦، ۵.٦، ۲۳۹٤۸.٤)	(۰.٤، ۰.۳۹، ۳۵.۷)
۱۹۹۸	(۸.۲، ٦.٤، ۳۰۰۱۳۹.٦)	(۸.۵، ۹، ۲٤۲۹٤.٦)	(۰.٤۳، ۰.٤۱، ۳٦.۲)
۱۹۹۹	(٦.۹، ۹.۸، ۳۰٤۹٤۱.۲)	(۱۷.۵، ۱۲، ۲۲۵۷٦)	(۰.٤۸، ۰.٤۵، ۳٦.٦۹۹۹)
۲۰۰۰	(۱۲، ۱۱، ۳۲۰۰٦۹)	(۸.۸، ۸.۹، ۲٤٦۳۸.۵)	(۰.۵۱، ۰.٤۹، ۳۷.۱)
۲۰۰۱	(۱۵، ۱۲، ۳۳۰۵٦۵)	(۷.۵، ۹.۵، ۲٤۷۸۰.۹)	(۰.۵٦، ۰.۵٤، ۳۷.۵۹۹۹)
۲۰۰۲	(۱۵، ۲۱، ۳۵۵۵۵٤)	(۱۲، ۱۱، ۲۵٦۹۱)	(۰.۵۸، ۰.۵۹، ۳۸.۰۹۹۹)
۲۰۰۳	(۱۲، ۱٦، ۳۷۹۸۳۷)	(۸.۲۵، ۹.۵، ۲٦۰۱۳.۸)	(۰.٦۲، ۰.٦۱، ۳۸.٤۹۹۹)
۲۰۰٤	(۸، ۱۰، ۳۹۸۲۳٤)	(۱۲، ۱۱،۲٦٦۵۳.۵)	(۰.٦٦، ۰.٦۳، ۳۸.۹۹۹۹)
۲۰۰۵	(۱۱.۵، ۱۲.۵، ٤۱۹۷۰۵)	(٦.۷، ۹.۸، ۲٦۳۱۷)	(۰.٦۸، ۰.٦۸، ۳۹.۲)
۲۰۰٦	(۱۱، ۱۰.۲۵، ٤٤۵۷۹۰)	(۱۱، ۱۰، ۲٦۵۰۱.۳)	(۰.۷۱، ۰.۷، ۳۹.۳۹۹۹)

مأخذ: مرکز آمار ایران، آمارگیری از ویژگی‌های اشتغال و بیکاری خانوار – بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران حساب‌های ملی.

متغیرها در جدول (۲) و (۳) تعریف شده اند و مدل برآوردی برای عرضه و تقاضا لگاریتمی می‌باشد که به صورت زیر است:

$$Ln\overline{Y}_i = Ln(A_0) + A_1 \overset{\wedge}{*} LnX_{i1} + A_2 \overset{\wedge}{*} LnX_{in} + A_3 \overset{\wedge}{*} Ln\overline{Y}_{i-1,n}$$

آموزش با $W_0(1) = (1,0.25,0.25)$، $W_1(1) = (0.5,0.25,0.25)$ ، $W_2(1) = (-0.5,0.25,0.25)$ ، $W_3(1) = (0.5,0.25,0.25)$ آغاز می‌گردد. با بکار

بردن شبکه عصبی فازی برای تقریب بازار کار داریم:

تابع تقاضای نیروی کار:

$$Ln\overline{Y}_i = Ln(1.4734,0.0231,0.0342) + (0.1292,0.0087,0.0063)LnX_{1i} + (-0.1178,0.0075,0.0056)LnX_{2i} + (0.8861,0.0042,0.0092)Ln\overline{Y}_{i-1}.$$

تابع عرضه نیروی کار:

$$Ln\overline{Y}_i = Ln(0.9072,0.0031,0.0085) + (0.0788,0.00065,0.00075)LnX_{1i} + (-0.1385,0.0021,0.0061)LnX_{2i} + (0.8613,0.0073,0.0084)Ln\overline{Y}_{i-1}.$$

ملاحظه می‌شود که عرض از مبدا و شیب‌ها به صورت فازی برآورد شده است که قلهٔ آن عدد اول و دو عدد دیگر کرانه‌های چپ و راست هستند، تفسیر ضریب LnX_1 در تابع تقاضا که تولید ناخالص داخلی است به این صورت است که اگر تولید تقریباً ۱ درصد افزایش یابد، اشتغال تقریباً ۱۲٪ درصد افزایش می‌یابد.

در مورد سایر ضرایب نیز تفسیر آنها به همین شکل است. لازم به ذکر است که اعداد قله برآوردی برای ضرایب دقیقاً همان اعدادی است که به روش حداقل مربعات بدون در نظر گرفتن ورودی و خروجی فازی به دست می‌آید. نوع شکل تابع عرضه و تقاضای نیروی کار کاب – داگلاس در نظر گرفته شده است. برای نشان دادن اثر سایر متغیرها بر عرضه و تقاضای نیروی کار، متغیر وابسته با یک وقفه سمت راست آمده است. البته در این تحقیق هدف نوع جدیدی از برآورد است و سایر نواقص مربوط به مباحث اقتصاد سنجی کماکان پا برجا می‌باشد. از جمله این موارد مباحث مربوط به مانایی متغیرها و عدم ارتباط متغیر مستقل با جمله خطا است. اما در این مقاله بر نوع دیگری از تخمین به روش ols و نوع داده‌های ورودی و خروجی به گونه ای که بهترین خروجی نتیجه شود، توجه شده است. در رابطه با اینکه آیا ضرایب بدست آمده از لحاظ آماری معنی دار هستند یا خیر، کار بسیار ساده است، به این ترتیب که می‌توان رگرسیون را به روش ساده ols بدون فازی بودن متغیرها برآورد نمود و انحراف معیار ضرایب برآوردی محاسبه کرد و سپس آزمون مورد نظر را انجام داد که در این مقاله

این امر انجام شده و ضریب دستمزد (X_{2i}) در معادله ی عرضه ی نیروی کار از لحاظ آماری معنی دار نیست.

۵- نتیجه گیری

در این کار به تقریب رگرسیون فازی توسط شبکه عصبی فازی پرداخته ایم. روند کار برای حل چنین رگرسیون‌هایی بسیار ساده و دارای دقت بالاتری نسبت به روش‌های موجود می‌باشد.

در این تحقیق سعی شد تا از داده‌های واقعی بازار کار ایران تحت عنوان یک مثال استفاده شود و تابع عرضه و تقاضای نیروی کار ایران برآورد گردد. تفاوت برآورد عرضه و تقاضای نیروی کار با روش حداقل مربعات معمولی و داده‌های غیر فازی با روش این مقاله در این است که داده‌های ورودی یعنی تولید، دستمزد و تولید با وقفه یکساله به صورت فازی در نظر گرفته شده است و سپس همان روش حداقل مربعات باقی مانده‌ها استفاده شد و ضرایب بدست آمده به صورت فازی ارائه شد. لذا این ضرایب تقریبی است و پایه‌های فازی چپ و راست آن مشخص شده است. با توجه به اینکه در علوم اقتصاد عمده داده‌ها به صورت فازی هستند یعنی اینکه تقریبی یا برآوردی هستند، پس بکارگیری این اعداد در مدل‌ها به صورت فازی می‌تواند نتایج بهتری به لحاظ پیش بینی ارائه دهد.

- منابع

- Alefeld,G. , Herzberger,J.,1983. Introduction to Interval Computations, Academic Press, New York.
- Change,P.,T.,1997. Fuzzy seasonality forecasting, Fuzzy Sets Syst. 90,1-10
- Chen,T., Wang,M.,J.,J.,1999. Forecasting methods using fuzzy concepts, Fuzzy Sets Syst. 105,339-352
- Conway, K., S., Kniesner, T., J., 1992. How fragile are male labor supply function estimates, Empirical Economics 17, 179-182
- Cowell, A., F., 2004. Microeconomics principles and analysis, Sticerd and department of economics , London school of economics.
- Feuring, TH., Lippe,W., M., 1995. Fuzzy neural networks are universal

approximators, IFSA World Congress, Sao Paulo, Brasil,2,659-662.

- Jorgenson, W., D., Goettle, R., J., Ho, S., M., Slesnick, T., D., Wilcoxen, J., P., 2008. U.S. Labor supply and demand in the long run. Journal of policy modeling 30, 603 – 618.
- Heckman, J., J., Macurdy, T., E., 1980. A life-cycle model of female labor supply, review of economic studies, 47, 47 – 74.
- Henderson, J., M., Quandt , R., E., 1985. Microeconomic theory a math-ematical approach, Third edition, MCGRAW-HILL.
- Ishibuchi, H., Nii,M.,2001. Numerical analysis of the learning of fuzzified neural networks from fuzzy if-then rules, Fuzzy Sets and Systems 120,281-307.
- Kaleva, O.,1987. Fuzzy differential equations ,Fuzzy Sets and Systems 24,301-317
- Kao,C., Chyu, C., L.,2003. Least-squares estimates in fuzzy regression analysis. European Journal of Operational Research 148,426-435.
- Li,H., X., Li,L., X., Wang,J., Y., 2003. Interpolation function of feed-forward neural networks, Computers and mathematics with applications 46,1861-1874.
- Ma,M., FriedmanM., Kandel,A., 1999. A new Fuzzy arithmetic ,Fuzzy Sets and Systems 108,83-90.
- Moffitt, R., 1993. Identification and estimation of dynamic with a time series of repeated.Journal of economics 59,99-123.
- Mosleh,M., Otadi,M., Abbasbandy,S.,2010. Evaluation of fuzzy regression models by fuzzy neural network, JORNAL OF computational and Applied Mathematics, 234, 825-834.
- Pesaran, M.H., Smith, R., 1995. Estimation long-run relationships from dynamic heterogynous panels, Journal of econometries 68,79-113.
- Rumelhart,D., E., Mcclelland,J.,L.,PDP Research Griup, 1986. Parallel Distributed Processing ,Vpl. 1, MIT Press, Cambridge, MA.
- Tanaka, H., Hayashi,I., Watada,J., 1989. Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data, European Journal of Operational Research 40,389-396.
- Tseng,f.,M., Tzeng,G.,H.,2002. A fuzzy seasonal ARIMA model for forecasting , Fuzzy Sets and Syst. 126,367-376.
- Verbon, H., A., A., 1980. Testfor heteroscedasticity in a model of seem-ingly unrelated regression equation with variance components (SUREVC), Economic letters 5,149-153.
- Zadeh, L., A., 1975. The concept of a linguistic variable and application to approximate reasoning, Inform Sci. 8.199-249.