فصلنامه بورس اوراق بهادار
سال دوم/ شماره ۵ / بهار ۸۸
ص ۷۵-۵۷

بهینه سازی و بررسی اثر میزان تنوع بر عملکرد پرتفوی با استفاده از الگوریتم مورچگان

غلامرضا اسلامی بیدگلی [۱]، جلال وافی ثانی [۲]
مجید علیزاده [۳]، سعید باجلان [۴]

چکیده

اکثر مدیران ترجیح می دهند به جای مدیریت یک پرتفوی بسیار بزرگ، پرتفوی کوچکی از دارایی های موجود را اداره نمایند. این امر را می توان به وجود محدودیت های کاردینال یعنی محدودیت هایی در مورد حداقل و حداکثر تعداد دارایی های موجود در پرتفوی تشبیه نمود. با اعمال این گونه محدودیت ها، الگوریتم های معمولی نظیر برنامه ریزی درجه دو، قادربه حل مساله بهینه سازی پرتفوی نخواهند بود. در این تحقیق به حل مساله بهینه سازی پرتفوی با محدودیت های کاردینال با استفاده از الگوریتم مورچگان پرداخته شده است. نتایج تحقیق نشان می دهد که مطابق نظر برخی از اندیشمندان مالی، می توان پرتفوی کوچکی از دارایی ها را تشکیل داد که عملکردی به خوبی پرتفوی های بسیار متنوع داشته باشند. به علاوه نتایج تحقیق نشان دهنده نزولی بودن مشارکت نهایی سهام اضافی در تنوع پرتفوی می باشد به این معنی که

۱. دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
۲. دانشجوی دکتری حسابداری دانشگاه تهران
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد حسابداری دانشگاه شهید بهشتی
۴. دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه تهران

بعد از رسیدن به حدی معین، افزودن سهام جدید تاثیر چندانی در تنوع پرتفوی و افزایش عملکرد تعدیل شده بر حسب ریسک آن ندارد.

واژگان کلیدی: بهینه سازی، الگوریتم مورچگان، نسبت شارپ، محدودیت کاردینال.

طبقه‌بندی موضوع: C60,C63

مقدمه:

یکی از نتایج تئوری پرتفوی مدرن این است که در یک بازار کامل که هیچ محدودیتی بر روی خرید و فروش استقراضی وجود ندارد و هزینه های معاملاتی سرمایه گذاران تا حد امکان کم است، سرمایه گذاران مایل اند تا حد امکان پرتفوی خود را متنوع نمایند. این امر به این دلیل است که هر گونه ورقه بهادار اضافی که بازده آن رابطه خطی با اوراق بهادار موجود در پرتفوی نداشته باشد به تنوع پرتفوی و کاهش ریسک آن کمک می کند و از این طریق می تواند مطلوبیت سرمایه گذاران را افزایش دهد.

با این حال از آنجا که در عمل با افزایش تعداد اوراق بهادار موجود در پرتفوی هزینه های معاملاتی به طور قابل ملاحظه ای افزایش می یابد چنین چیزی در عمل میسر نیست (Maringe,2001,288). به علاوه مدیریت چنین پرتفوی های بزرگی ممکن است کار وقت گیر و کسل کننده ای باشد. از این رو به نظر می رسد سرمایه گذاران ترجیح می دهند تا پرتفوی هایی با تعداد دارایی های کمتر را نگهداری و مدیریت نمایند

(Blume & Friend, 1975, 585; Börsch-Supan&Eymann, 2000; Jansen&Van Dijik, 2002, 9)

نکته مهم دیگر در انتخاب پرتفوی این است که در عمل با تعداد اندکی سهام نیز می توان پرتفوی متنوعی تشکیل داد. لذا پاسخ به این پرسش که وزن یک دارایی خاص در پرتفوی باید به چه میزان باشد در وهله اول مستلزم پاسخ به این سوال است که آیا این دارایی اساساً باید وارد پرتفوی شود و یا نه؟ (Elton et al, 2003) .

این مقاله به بهینه سازی پرتفوی با محدودیت های کاردینال – یعنی هنگامی که محدودیت صریحی در رابطه با حداکثر تعداد مجاز دارایی های در پرتفوی وجود دارد – می پردازد. با توجه به اینکه در مساله بهینه سازی پرتفوی باید معیارهای ریسک و بازده را بطور همزمان مدنظر داشت در این تحقیق به طور خاص، سرمایه گذاری که خواهان حداکثر سازی نسبت شارپ خود می باشد مورد بررسی قرار خواهد گرفت. دلیل این امر این است که معیار شارپ بر خلاف سایر معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی (جنسن و ترینر) که صرفاً ریسک سیستماتیک را در نظر می گیرند همزمان بازده پرتفوی و ریسک کل آن را مورد تورجه قرار می دهد. برای حل چنین مساله ای از الگوریتم مورچگان[۵] که یکی از الگوریتم های فراابتکاری[۶] محسوب می شود و بنا به یافته های تحقیقات گوناگون در مورد مسائل بهینه سازی توانسته بهتر از سایر مدل های فراابتکاری عمل نماید استفاده خواهد شد(Bonabeau, 1999, 52) .

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

[5]. Ant Colony Algorithm

[۶]. کلمه الگوریتم های فرا ابتکاری ترجمه ای است که برای واژه Metaheuristic Algorithms انتخاب گردیده است و معمولاً به دسته ای از الگوریتم های بهینه سازی اشاره دارد که ریشه در علم زیست شناسی و یا فیزیک دارند از این دسته الگوریتم ها می توان به شبکه های عصبی مصنوعی، ژنتیک، مورچگان و ... اشاره نمود.

مدل تحقیق

مساله بهینه سازی پرتفوی

از دیدگاه تئوریک، انتخاب پرتفوی با محدودیت های کاردینال را می توان مانند یک مساله کوله پشتی در نظر گرفت. مساله کوله پشتی در ساده ترین حالت آن به انتخاب تعداد محدودی دارایی از بین جامعه ای از دارایی ها می پردازد به گونه ای که ارزش دارایی های موجود در کوله پشتی حداکثر شود (تابع هدف) و وزن آنها از ظرفیت کوله پشتی فراتر نرود (محدودیت کاردینال). در این مقاله ما فرض می کنیم که سرمایه گذاران می توانند از بین یک دارایی بدون ریسک و حداکثر N دارایی ریسکی، پرتفوی خود را انتخاب کنند و همچنین آنها خواهان حداکثر سازی صرف ریسک استاندارد خود می باشند.

در صورتی که بازاری شامل N دارایی سرمایه ای باشد ($M=\{1,2,\ldots,N\}$) و بتوان حداکثر K تای آنها را جهت نگهداری در پرتفوی انتخاب نمود، مساله بهینه سازی پرتفوی را می توان به صورت زیر نوشت (Sharpe et al, 2003):

$$\max \theta_P = SR_P = \frac{r_P - r_S}{\sigma_P}$$

Subject to :

$$r_P = \sum_{i=1}^{N} x_i . r_i$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i . x_j . \sigma_{ij}}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \quad \text{and} \quad \begin{cases} x_i \geq 0 & \forall i \in \mathcal{P} \\ x_i = 0 & \forall i \notin \mathcal{P} \end{cases}$$

$$\mathcal{P} \subset \mathcal{M}$$

$$|\mathcal{P}| = k$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

که در آن:

SR_P: نسبت شارپ پرتفوی

r_P: بازده مورد انتظار پرتفوی

x_i: وزن دارایی i در پرتفوی

r_i: بازده دارایی ریسکی i

r_S: بازده دارایی بدون ریسک

σ_P: انحراف معیار پرتفوی[۷]

σ_{ij}: کوواریانس سهم i,j (لازم به ذکر است که کوواریانس میان بازدهی سهام i با خودش برابر واریانس سهم i می باشد.)

$|P|$: تعداد اعضای پرتفوی می باشد.

اندازه چنین مساله ای با افزایش تعداد دارایی ها به سرعت روبه افزایش می نهد. به عنوان مثال چناچه هدف انتخاب ۱۰ دارایی از بین ۱۰۰ دارایی باشد و وزن دارایی ها فرض شود که بتواند صرفاً بصورت مضربی از ۱۰٪ تغییر نماید یعنی اعداد (۰و۱۰٪و۲۰٪و...و۱۰۰٪)، مساله دارای $\binom{100}{10}\times 10^{10}$ حالت ممکن می گردد. با فرض اینکه پردازنده کامپیوتر قادر باشد که یک میلیون محاسبه را در یک ثانیه انجام دهد، برای پردازش این تعداد حالت ممکن به 1.32×10^{11} سال زمان لازم است یعنی چیزی در حدود ۱۰ برابر عمر جهان هستی. در صورتی

---

7. $\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_1x_2\sigma_{1,2} + \ldots + x_2^2\sigma_2^2 + x_2x_1\sigma_{2,1} + \ldots + x_N^2\sigma_N^2 + x_Nx_1\sigma_{N,1} + \ldots + x_Nx_{N-1}\sigma_{N.N-1}$

$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1\\ j\neq i}}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_ix_j\sigma_{i,j}$

$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_ix_j\sigma_{i,j}$

که فرض گردد تعداد دارایی هایی که می بایست درپرتفوی وارد شوند از ۱۰ عدد به ۱۱ عدد افزایش یابد و وزن دارایی ها بتواند بصورت مضربی از ۵٪ تغییر کند این زمان به بیش از ۲۳۳ برابر عمر عالم هستی افزایش خواهد یافت (Maringer, 2001, 288). برای حل چنین مساله ای معمولاً از یک سری قواعد سرانگشتی(برپایه ویژگی های معینی از دارایی ها) و یا کاهش فضای مساله از طریق تقسیم کردن آن به چندین زیر مجموعه و انتخاب بهترین ها در هر زیر مجموعه استفاده می شود (Farrell, 1997). از آنجا که هیچ کدام از این روش ها واقعاً ترکیب های غیر بهینه را حذف نمی کنند گرایش دارند که در عوض انتخاب پرتفوی بهینه کلی، صرفاً یک پرتفوی بهینه محلی[۸] را پیدا کنند. یک روش جایگزین جهت حل چنین مسائلی استفاده از الگوریتم های فراابتکاری می باشد که بر اساس آنها بخش عمده ای از فضای جواب های ممکن حذف نمی شود. الگوریتمی که در این تحقیق مورد استفاده قرار می گیرد ریشه در علم زیست شناسی دارد و به الگوریتم مورچگان مشهور است.

الگوریتم مورچگان

پیش از اینکه به بیان الگوریتم تحقیق جهت حل مساله بهینه سازی پرتفوی بپردازیم لازم است که بطور مختصر راجع به الگوریتم مورچگان و نحوه عمل آن توضیحاتی ذکر گردد.

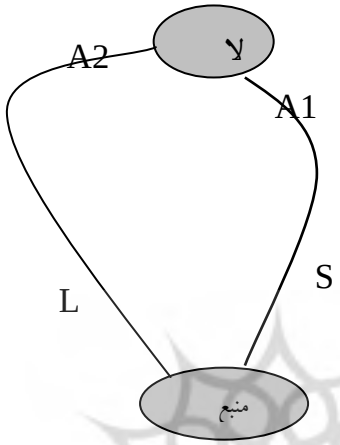
این الگوریتم اولین بار توسط دوریگو (Dorigo et al,1996و برای حل مساله کوله پشتی که یکی از مسائل بهینه سازی معروف در پژوهش عملیاتی می باشد معرفی گردید و همانگونه که از نام آن نیز بر می آید بر اساس نحوه حرکت مورچه ها و جستجوی غدا توسط آنها بنا نهاده شده است.

---

[۸]. منظور از پرتفوی بهینه محلی، پرتفویی می باشد که در مقایسه با پرتفوی هایی که در مجاورت آن قرار گرفته اند بهینه می باشد و بهترین عملکرد را دارد اما در مقایسه با کلیه پرتفوی هایی که فرد می تواند تشکیل دهد بهینه نیست و پرتفویی هایی وجود دارند که از آن عملکرد بهتری دارند.

مورچه ها در حین حرکت ماده شیمیایی بنام فرومون را از خود متصاعد می کنند که آنها را در یافتن کوتاه ترین مسیر میان منبع غذایی و لانه هدایت می کند. برای روشن تر شدن بحث شکل زیر را در نظر بگیرید:

شکل شماره ۱: شمای ساده الگوریتم مورچگان با استفاده از دو مورچه



همانگونه که مشاهده می گردد از سمت لانه به سوی منبع غذایی دو مسیر بنام های L و S وجود دارد بگونه ای که مسیر L طولانی تر از مسیر S است. در ابتدای امر دو مورچه A1 و A2 نسبت به این دو مسیر بی تفاوت و احتمال انتخاب هر یک از این دو مسیر ۵۰٪ می باشد. فرض کنید مورچه A1 مسیر S ومورچه A2 مسیر L را جهت حرکت انتخاب کند. هر دوی این مورچه در ضمن حرکت به سمت منبع و برگشت از آن بر روی مسیر حرکت خود مقداری فرومون بر جای می گذارند. از آنجا که مسیر S کوتاه تر است مورچه A1 زودتر به منبع غذایی می رسد. وی برای برگشت به لانه بازهم دو میسر پیش رو دارد. اما این بار وی دیگر نسبت به دو میسر بی تفاوت نیست. زیرا مسیر S مقداری فرومون دارد که وی را تحریک می کند که این

میسر را جهت حرکت برگزیند. هنگامی که مورچه A2 به منبع غذایی برسد، او نیز دو انتخاب پیش رو دارد اما از آنجا که مورچه A1 دوبار از مسیر S حرکت نموده مقدار فرومون این مسیر بیشتر از مسیر L است و به احتمال بیشتری این مورچه نیز مسیر S را جهت برگشت انتخاب خواهد کرد. با تکرار این عمل در دفعات نسبتاً زیاد، فرومون ذخیره شده روی مسیر طولانی تر رفته رفته تبخیر می گردد و برعکس فرومون مسیر کوتاه تر بیشتر می شود و لذا احتمال انتخاب مسیر L به سمت صفر میل می کند و کلیه مورچه ها مسیر کوتاه تر را انتخاب می کنند و به این ترتیب مورچه ها قادر خواهند بود با یک مکانیزم ساده، کوتاهترین مسیر بین منبع غذایی و لانه را پیدا کنند (Bonabeau et al., 1999)

الگوریتم تحقیق

در این تحقیق به منظور استفاده از الگوریتم مورچگان جهت حل مساله انتخاب پرتفوی از یک استراتژی تکرار شونده استفاده می گردد. هر تکرار شامل سه مرحله می باشد. در مرحله اول، مورچگان مصنوعی میان شبکه ای از N نقطه که بیانگر N دارایی موجود در بازار می باشد حرکت می نمایند. کمانی که هر دو نقطه i و j را به هم متصل می کند می بایست نشان دهد که آیا این ترکیب، ترکیب مطلوبی است یا خیر؟ این کار را می توان از طریق معرفی ماتریس $\lfloor \tau_{ij} \rfloor_{N\times N}$ که در آن τ_{ij} معرف میزان فرومون ذخیره شده در مسیرهای ij است، انجام داد. سپس این اطلاعات در محاسبه احتمال انتخاب این دارایی توسط مورچگان بعدی مورد استفاده قرار می گیرد.

در صورتی که P'_a پرتفوی تکمیل نشده مورچه a باشد بگونه ای که $|P'_a| < K$ باشد و اگر i دارایی باشد که تاکنون توسط مورچه a انتخاب شده است و j معرفی دارایی باشد که تاکنون

توسط مورچه a انتخاب نشده است، احتمال انتخاب دارایی j توسط مورچه a به شرح ذیل می باشد:

معادله ۱

$$P_{aj} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{i \in P'_a} \tau_{ij}}{\sum_{i \in P'_a} \sum_{h \notin P'_a} \tau_{ih}} & \forall j \notin P_a \\ 0 & \forall j \in P_a \end{cases}$$

هنگامی که یک مورچه، K دارایی خود را انتخاب نمود، مرحله دوم مدل شروع می شود. در این مرحله وزن بهینه دارایی ها در پرتفوی هر مورچه بگونه ای تعیین می شود که نسبت شارپ پرتفوی انتخابی توسط مورچه را حداکثر نماید. وزن بهینه دارایی ها با استفاده از روشی که در زیر تشریح می گردد تعیین شده است (Maringer, 2005:13):

در ابتدا ماتریس ضرایب $\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ با استفاده از معادله زیر محاسبه گردد:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r' \\ I' \end{bmatrix} \times \sum P^{-1} \times \begin{bmatrix} r & I \end{bmatrix}$$

در این معادله:

r: بردار بازدهی سهم های موجود در پرتفوی مورچه a

I: بردار یکه

$\sum P^{-1}$: ماتریس کوواریانس دارایی های موجود در پرتفوی مورچه a

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

بعد از تعیین ماتریس ضرایب، می توان بردار وزن بهینه هر کدام از سهم های موجود در پرتفوی مورچه a را با استفاده از معادله زیر تعیین نمود:

$$X_T = \sum P^{-1} \times \begin{bmatrix} r & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dfrac{1}{b - r_S.c} \\ \dfrac{-r_S}{b - r_S.c} \end{bmatrix}$$

معادله ۲

X_T : بردار وزن بهینه دارایی های موجود در پرتفوی مورچه a

r_S: بازده دارایی بدون ریسک

در مرحله آخر یعنی سومین مرحله، وقتی همه مورچه ها سبد دارایی خود را انتخاب نمودند و نسبت شارپ پرتفوی آنها محاسبه گردید می بایست میزان فرومون انباشته شده در هر مسیر مورد بازنگری قرار گیرد. این مرحله خود شامل دو گام می باشد.

- به موازات گذشت زمان مقداری از فرومون موجود بر روی هر مسیر باید تبخیر شود و تنها قسمتی از آن باقی بماند. میزان فرومون باقی مانده از تکرار های قبل در هر مسیر برابر است با $\rho.\tau_{ij}$ بگونه ای که در آن $\rho \in [0,1]$ است.
- بعد از اتمام هر تکرار مقداری فرومون جدید بر روی مسیرهای انتخاب شده توسط هر مورچه ریخته می شود. در صورتی که مورچه a میزان فرومون ثابت Q را بر روی مسیری بطول L_a انباشته نماید، تغییر در میزان فرمون هر میسر ij برابر است با: $\Delta\tau_{ij} = \dfrac{Q}{L_a}$.

این معادله نشان می دهد که مورچه ای که مسیر کوتاه تری را انتخاب نموده میزان بیشتری فرومون بر روی مسیر انباشته می نماید. از آنجا که در مساله بهینه سازی پرتفوی

این تحقیق هدف حداقل کردن طول مسیر نمی باشد بلکه هدف حداکثر کردن نسبت شارپ می باشد، لذا باید مورچه ای که توانسته پرتفویی با نسبت شارپ بالاتر انتخاب نماید مقدار بیشتری فرومون برروی میسر ذخیره نماید لذا به جای L_a از $\frac{1}{\sigma_{P_a}}$ استفاده می گردد با این تغییر، هر چه نسبت شارپ پرتفویی که مورچه a انتخاب نموده بیشتر باشد این مورچه می تواند فرومون بیشتری بر روی مسیر انباشته نماید. بر این اساس میزان تغییر در فرومون بصورت زیر در می آید:

$$\Delta_a \tau_{ij} = \begin{cases} Q.\sigma_{Pa} & \forall i, j \in P_a , i \neq j \\ 0 & \forall i, j \notin P_a \end{cases}$$

با ترکیب گام های یک و دو، ماتریس فرومون ها باید بصورت زیر مورد بازنگری قرار گیرد:

معادله ۳

$$\tau_{ij} = \rho.\tau_{ij} + \sum_{a=1}^{ants} \Delta_a \tau_{ij}$$

$ants$: تعداد مورچه ها در الگوریتم

لازم به توضیح است که در معادله بالا جز اول ($\rho.\tau_{ij}$) میزان فرومون باقی مانده بر روی مسیر ij از تکرارهای قبل می باشد و جز دوم ($\sum_{a=1}^{ants} \Delta_a \tau_{ij}$) تغییر در میزان فرومون مسیر ij را به دلیل حرکت مورچه های مختلف از این مسیر در تکرار فعلی نشان می دهد.

هر چه تعداد مورچه های بیشتری یک مسیر خاص را برگزینند احتمال اینکه این مسیر در تکرارهای بعد توسط همین مورچه و یا سایر مورچه ها انتخاب گردد بیشتر است. باتوجه به این امر هر مورچه از تجارب خود و سایر مورچه ها در تکرارهای قبل جهت انتخاب یک مسیر خاص

که معرفی یک دارایی است استفاده می نماید (میزان فرومون انباشته شده بر روی یک مسیر نشان دهنده این تجربه می باشد) و به سمت دارایی های سوق پیدا می کند که تجارب قبلی آنها را دارایی های موفقی نشان داده است.

داده های تحقیق

کارهای تجربی انجام شده در این تحقیق بر اساس داده های بورس اوراق بهادار تهران می باشد. اطلاعات روزانه کلیه ۱۰۰ سهم برتر از لحاظ نقدشوندگی برای دوره زمانی فروردین ۱۳۸۵ تا آذر ۱۳۸۷ از طریق نرم افزار ره آوردنوین استخراج گردیده است. لازم به ذکر است که نرم افزار ره آوردنوین به منظور تعیین نقدشوندگی سهام، از شاخصی که بر اساس فرمول زیر محاسبه می شود استفاده می نماید:

$$Liq = \frac{1}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}}$$

Liq: شاخص نقدشوندگی سهم، x_1: تعداد خریداران سهم، x_2: تعداد دفعات معامله سهم، x_3: تعداد روزهای معامله سهم، x_4: تعداد سهام معامله شده، x_5: حجم معاملات سهم، x_6: متوسط ارزش روز شرکت.

هر چه میزان شاخص محاسبه شده برای یک سهم خاص بیشتر باشد نشان دهنده آن است که میزان نقدشوندگی آن سهم بیشتر است.

بر اساس اطلاعات بازده ماهانه تاریخی، واریانس و کوواریانس میان بازده سهم های مختلف و پرتفوی بازار مورد محاسبه قرار گرفته است. بازده مورد انتظار هر سهم بر اساس مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای CAPM و بادرنظر گرفتن نرخ اوراق مشارکت یعنی سالانه

۱۵/۵٪ (ماهانه ۱/۲۰۸٪) به عنوان نرخ بدون ریسک و بر اساس فرمول ذیل محاسبه شده است:

$$r_i = r_S + \beta_i (r_m - r_S)$$

نسبت شارپ برای هر سهم نیز از طریق فرمول زیر محاسبه شده است (Sharpe,1994, 49)

$$SR_i = \frac{r_S + \beta_i (r_m - r_S) - r_S}{\sigma_i}$$

$$= \frac{\frac{\sigma_i \rho_{im}}{\sigma_m}(r_m - r_S)}{\sigma_i} = SR_m \cdot \rho_{im}$$

معادله۴

ρ_{im}: ضریب همبستگی میان بازده سهم و بازده بازار

SR_m: نسبت شارپ بازار

تجزیه وتحلیل داده های تحقیق

به منظور مشخص نمودن سهم هایی که توسط هر یک از مورچه ها انتخاب می شود و تعیین وزن بهینه هر یک از این سهم ها در پرتفوی مورچه، الگوریتم تشریح شده در قسمت قبل با استفاده از نرم افزار MATLAB به کدهای برنامه نویسی تبدیل شده است. کد برنامه نویسی تهیه شده جهت حل این مساله در زیربصورت خلاصه نشان داده شده است:

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Initialize pheromone matrix $\tau_{ij} = \tau^0 \forall i \neq j$ and $\tau_{ii} = 0$

Population size :=N;

Repeat

For a :=1 to N Do

$P_a = \{a\}$;

While $|P_a < K|$ do

Determine selection probabilities $P_{aj} \forall j \notin P_a$ according to definition

Use probabilities to P_{aj} to randomly draw one additional asset j

Add asset j to the portfolio, $P_a = P_a \cup \{j\}$

End;

Determine optimal asset weights such that $\{SR|P_a\} \Rightarrow Max$;

End;

Update pheromone Matrix based on

Until Convergence criterion met

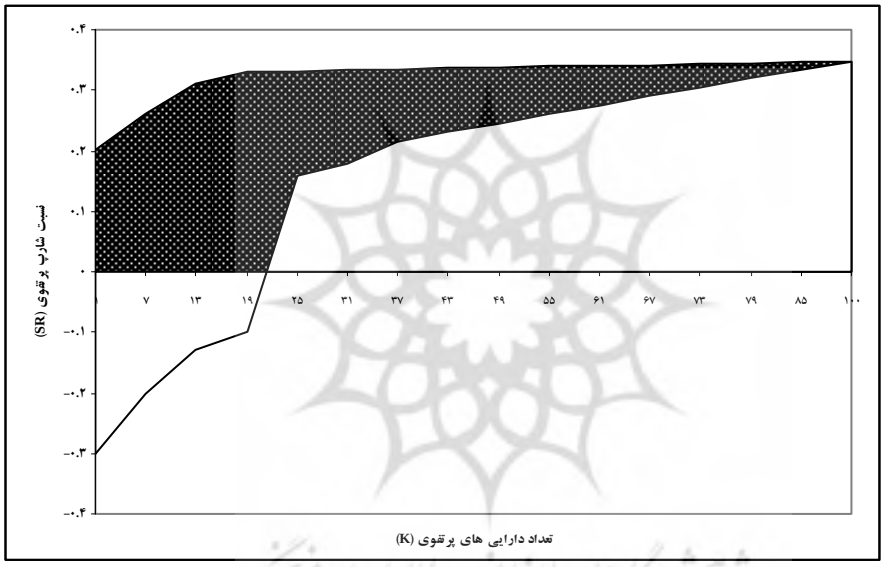
Report the best SR_P

به منظور تعیین پارامترهای الگوریتم یعنی تعداد مورچه ها(N) و عامل تبخیر فرومون (ρ)، چندین آزمایش با استفاده از اعداد تصادفی صورت گرفته است به این معنی که بصورت تصادفی الگوریتم بالا را با تعداد مورچه های مختلف و پارامترهای تبخیر گوناگون حل نموده و سپس از طریق یافتن رابطه بین مقادیر تابع هدف و اثربخشی الگوریتم از لحاظ زمان و سرعت بهبود در طی تکرارها، پارامترهای مدل تعیین گردیده است. بر اساس این آزمایشات، تعداد مورچه ها ۱۰۰ عدد و عامل تبخیر یعنی ρ برابر ۰/۵ منظور شده است. تعداد کلیه دارایی های موجود و قابل

انتخاب نیز همانگونه که در بالا ذکر گردید ۱۰۰ عدد درنظر گرفته شده است. به منظور مقایسه عملکرد پرتفوی هایی با حجم های مختلف از نظر معیار شارپ، پرتفوی هایی با حجم ۱ تا ۱۰۰ دارایی تشکیل شده است. ترکیب هر پرتفوی با استفاده از الگوریتم مورچگان با ویژگی هایی که در بالا ذکر گردید تعیین شده است و وزن بهینه هر پرتفوی نیز با استفاده از معادلات ذکر شده در قسمت الگوریتم تحقیق مشخص گردیده است.

خروجی های نرم افزار بر روی فضای معیار شارپ، تعداد دارایی های پرتفوی در نمودار ۱ نشان داده شده است.

نمودار۱: فضای تشکیل شده توسط الگوریتم برای انتخاب پرتفوی هایی با تعداد دارایی های مختلف



پهنای باند (فاصله میان سطح بالای نمودار و سطح پایین آن) در این نمودار نشان دهنده دامنه نسبت شارپ برای هر پرتفوی با حجم K می باشد بگونه ای که حد بالای باند نشان دهنده بهترین ترکیب موجود از دارایی ها و حد پایینی باند نشان دهنده بدترین ترکیب موجود از دارایی ها می باشد.

بر طبق تئوری های سرمایه گذاری، افزایش تعداد دارایی های موجود در پرتفوی P در صورتی که دارایی ها درست انتخاب شوند و وزن آنها نیز بطور بهینه تعیین گردد منجر به افزایش صرف ریسک SR_P می گردد. همچنین سهم نهایی مشارکت یک دارایی در کاهش ریسک پرتفوی و تنوع بخشی به آن بر طبق تئوری ها نزولی می باشد. هر دوی این نتایج را بخوبی می توان در نمودار ۱ مشاهده نمود. همانگونه که مشاهده می شود با افزایش تعداد دارایی ها، در ابتدا نسبت شارپ پرتفوی رو به افزایش می گذارد اما به تدریج منحنی تعداد سهام موجود در پرتفوی- نسبت شارپ کم شیب تر می گردد و با گذشتن میزان دارای ها از ۲۳ تقریباً به صورت خط مستقیم در می آید. به علاوه همانگونه که در نمودار مشاهده می شود با افزایش تعداد اعضای پرتفوی پهنای باند کمتر می شود و نسبت شارپ بدترین و بهترین پرتفوی به سمت یکدیگر میل می کند. این قضیه کاملاً طبیعی است زیرا با افزایش تعداد دارایی هایی که پرتفوی باید شامل شود تعداد اعضای پرتفوی به سمت تعداد اعضای جامعه میل می کند.

اما نکته مهم تر اینکه مشاهده می شود که یک پرتفوی با حجم کم (از لحاظ تعداد دارایی ها) که به خوبی تعیین گردیده است (وزن های آن بصورت بهینه تعیین شده است) می تواند به خوبی یک پرتفوی با حجم زیاد که درست تعیین نشده است عمل کند. برای مثال در مورد پرتفویی با حجم ۷ و ۷۴ داریم:

$$SR^{Max}_{P(K=7)} = .2674 > SR^{Min}_{P(K=74)} = .2503$$

همانگونه که مشاهده می شود نسبت شارپ یک پرتفوی که تنها شامل ۷ سهم مختلف است ولی وزنهای آن به درستی تعیین شده است بیشتر از نسبت شارپ یک پرتفوی ۷۴ سهمی است که وزن های آن بطور صحیح تعیین نشده است.

همچنین برای پرتفویی با حجم ۲۵ نسبت شارپ برابراست با: $SR_{P(K=25)}^{Max} = .3197$ $SR_{P(K=25)}^{Min} = .1398$

نتیجه گیری

بر طبق نظر برخی از اندیشمندان مالی، بنا به دلایل گوناگون سرمایه گذاران تمایل دارند که پرتفوی های کوچکتری از دارایی ها را نگه داری نمایند. در این مقاله سعی گردید که صحت این مساله از طریق حل مساله به صورت یک مساله بهینه سازی با محدودیت کاردینال و با استفاده از الگوریتم مورچگان مورد بررسی قرار گیرد. نتایج تحقیق نشان داد که فرضیه کاهش مشارکت نهایی سهام در تنوع پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران نیز برقرار می باشد و سرمایه گذاران می توانند از طریق تشکیل پرتفوی هایی با حجم کمتر (از نظر تعداد دارایی های موجود در پرتفوی) و با تخصیص بهینه سرمایه خود به این دارایی ها عملکردی برابر با پرتفوی های بسیار متنوع داشته باشند (بر طبق یافته های این تحقیق که بر اساس الگوریتم مورچگان می باشد تعداد بهینه ۲۳ عدد منظور گردید). به علاوه با در نظر گرفتن این واقعیت که هزینه های مدیریتی چنین پرتفویی به مراتب کمتر از پرتفوی های بسیار متنوع می باشد می توان ادعا نمود که در صورت منظور کردن هزینه های مدیریتی عملکرد چنین پرتفوی هایی حتی می تواند بهتر از پرتفوی های بسیار متنوع باشد. دومین نتیجه مترتب بر این تحقیق ارائه روشی جدید جهت حل مساله بهینه سازی پرتفوی بود. لازم به ذکر است هنگامی که به جای معیار واریانس از معیار هایی نظیر ارزش در معرض خطر (VaR) استفاده گردد دیگر نمی توان مساله بهینه سازی را با استفاده از برنامه ریزی درجه دو حل نمود. در این حالت می بایست به روش های فراابتکاری متوسل گردید که بنا به یافته های تحقیق می توان از الگوریتم مورچگان جهت حل چنین مساله ای بهره جست.

منابع و مأخذ:

1. Arma˜nanzas, R. and J.A. Lozano (2005). “A Multiobjective Approach to the Portfolio Optimization Problem”. IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2005, 1388–1395.
2. Blume, M. E., and I. Friend (1975). “The Asset Structure of Individual Portfolios and Some Implications for Utility Functions” The Journal of Finance, 30(2), 585–603.
3. Bonabeau, E., M. Dorigo, and G. Theraulaz (1999). Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. Oxford University Press, New York and Oxford.
4. Börsch-Supan, A., and A. Eymann (2000). “Household Portfolios in Germany,” Working paper, University of Mannheim.
5. Dorigo, M., V. Maniezzo, and A. Colorni (1996). “The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents,” IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B, 26(1), 29–42.
6. Elton, E. J., M. J. Gruber, S. J. Brown, and W. N. Goetzmann (2003). Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 6th Ed.
7. Farrell, Jr., J. (1997). Portfolio Management: Theory and Application. McGraw-Hill, New York et al., 2nd Ed.
8. Fischer, T. and A. Roehrl (2005). “Optimization of performance measures based on Expected Shortfall”. Working paper. Heriot-Watt University.

9. Jansen, R., and R. Van Dijk (2002). “Optimal Benchmark Tracking with Small Portfolios” The Journal of Portfolio Management, 28(2), 9– 22.
10. Kendall G, Su Y (2005). “A particle swarm optimization approach in the construction of optimal risky portfolios” 23rd IASTED international multi-conference artificial intelligence and applications, Innsbruck, Austria, pp 140–145,
11. Maringer, D. (2001). “Optimizing Portfolios with Ant Systems,” in International ICSC Congress on Computational Intelligence: Methods and Applications (CIMA 2001), pp. 288–294. ICSC.
12. Maringe, D. (2005). Portfolio Management with Heuristic Optimization, Springer, Netherlands, 1st Ed.
13. Sharpe, W.F (1994). “The Sharpe Ratio,” Journal of Portfolio Management, 21(1), 49–58.
14. Sharpe, W. F., G. J. Alexander, and J. V. Bailey (2003). Investments. Prentice-Hall International, Upper Saddle River, NJ, 7th ed.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی