روش‌شناختی الگوهای اقتصاد سنجی

(VAR) , (ECM)

مصطفی حیدری هراتمه [1]

مقدمه

مدل‌سازی اقتصادی و اقتصادسنجی سری‌های زمانی مبتنی بر فرض ایستایی [2] متغیرهای سری زمانی است. بر اساس این فرض، میانگین و واریانس متغیرها در طول زمان ثابت بوده و مستقل از زمان است، اما بررسی‌هایی که از سال ۱۹۹۰ به بعد انجام شده، نشان داده است که این فرض در مورد بسیاری از متغیرهای سری‌های زمانی اقتصاد کلان، نادرست بوده و اکثر این متغیرها وابسته به زمان بوده و ناایستا [3] می‌باشند.

مطالعات نشان داده است که در صورت عدم تحقق فرض ایستایی، یعنی ناایستا بودن متغیرها در سری‌های زمانی، استفاده از آماده‌های t، F گمراه‌کننده بوده. و احتمال اینکه نتایج به‌دست آمده تنها یک رگرسیون جعلی [4] بوده و هیچگونه رابطه اقتصادی واقعی و تعادلی وجود نداشته باشد، افزایش می‌یابد. بنابراین، لازم است ایستایی و یا ناایستایی متغیرها بررسی گردد.

در این بخش، ضمن توضیح بیشتر سری‌های زمانی ایستا و ناایستا، روش‌های مختلف آزمون ایستایی، ارائه می‌گردد، سپس همگرایی [5] و آزمون‌های مربوطه توضیح

---

۱. عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد نراق.

2. Stationarity.
3. Non-Stationary.
4. Spurious Regression.
5. Cointegration.

داده خواهد شد سپس به بررسی رابطه علیت گرنجر[1] پرداخته می‌شود و در نهایت روش‌شناسی خود رگرسیون‌برداری (VAR)[2] و روش‌شناسی همگرایی و مدل‌سازی تصحیح خطا (ECM)[3] یا به عبارتی روش بررسی رابطه تعادلی (بلندمدت) میان متغیرهای سری زمانی هنگامی که این متغیرها ناایستا می‌باشند، بیان می‌گردد.

سری‌های Stationary و Non-Stationary ـ ایستا (پایا) و ناایستا (ناپایا)[4]

فرض کنید تابع زیر بیانگر رفتار متغیر y_t در خلال زمان باشد:

$$y_t = \rho y_{t-1} + V_t \quad , \quad V_t \sim (0, \delta^2_v) \qquad (3\text{-}1)$$

در چنین حالتی اگر $|\rho| \geq 1$ باشد،

$y_t = \sum \rho^i V_{t-i}$ بوده و این متغیر ناایستا (Non-Stationary) می‌باشد.

اگر $|\rho| = 1$ باشد،

$y_t = \sum V_{t-i}$ بوده و این متغیر دارای یک ریشه واحد بوده که این پروسه به نام گام تصادفی[5] نیز موسوم است.

اگر $0 < |\rho| < 1$ باشد، در چنین‌صورتی این‌متغیر ایستا یعنی (Stationary) می‌باشد.

دانستن ماهیت متغیرها از سه جهت حائز اهمیت است:

۱ـ تئوری حداقل مربعات معمولی (OLS)[6] بر اساس متغیرهای ایستا (مانا) می‌باشد.

۲ـ همانطور که Plosser, Nelson (1982) نشان داده‌اند، اکثر متغیرهای اقتصادی دارای ماهیت ناایستا (ناپایا) می‌باشند.

۳ـ مطالعات yule (1926) Newbole, Granger (1974) نشان می‌دهد که نتایج رگرسیون‌های با متغیرهای ناایستا بی‌معنا است.

برای مثال، دو متغیر y_t و x_t که هر دو ناایستا می‌باشند و از نظر تئوریک نیز هیچ‌گونه رابطه‌ای با یکدیگر ندارند را در نظر بگیرید. Newbole, Granger نشان می‌دهند که رگرسیون y_t بر روی x_t می‌تواند رابطه‌ای بسیار قوی بین این دو متغیر نشان دهد.

---

1. Granger causality.
2. Vector Autoregression.
3. Error Correction Modeling.

۴. حسن محمدی، سلسله سخنرانی‌های ماهانه مؤسسه تحقیقات پولی و بانکی، سال ۷۳، سیاست‌های مالی و تراز تجاری: بررسی تجربی از اقتصاد ایران.

5. Random walk
6. Ordinary Least Squares

بررسی تبدیل متغیرهای ناایستا به ایستا دو راه حل پیش‌بینی شده است:

۱ـ از بین بردن ناایستایی از طریق یک رابطهٔ خطی زمانی.

۲ـ از بین بردن ناایستایی از طریق تفاوت اولیهٔ متغیرها (تفاضل‌گیری).

نتایج Newbole, Granger نشان دادند که روش اول نمی‌تواند مشکل جواب‌های بی‌معنا را از میان ببرد. بنابراین، قبل از استفاده از رگرسیون، ما باید ماهیت متغیرها را مورد بررسی قرار دهیم و در صورت لزوم، این متغیرها را از طریق تفاوت اولیه آنها به صورت ایستا درآوریم.

ویژگی‌های سری‌های ایستا (پایا)[۱]

میانگین

میانگین آن برای همهٔ نقاط زمانی (همهٔ tها) ثابت بماند. اگر میانگین را با μ نشان دهیم باید داشته باشیم:

$$E(x_t) = \mu \quad , \quad \forall_t$$

واریانس

واریانس آن نیز برای همه نقاط در طول زمان ثابت بماند. اگر δ^2 نماد این واریانس ثابت باشد، خواهیم داشت:

$$Var(x_t) = E[(x_t - \mu)^2] = \delta^2 \quad , \quad \forall_t$$

کوواریانس

واریانس بین هر دو مقدار از سری زمانی تنها بستگی به فاصله آن دو دارد نه به زمان وقوع آنها. پس اگر γ_k کوواریانس بین دو مقدار از سری با فاصله زمانی K باشد، داریم:

$$Cov(x_t , x_{t-k}) = E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)] = \gamma_k \quad , \quad \forall_t$$

$$Cov(x_{t+j} , x_{t+j+k}) = Cov(x_t , x_{t-k}) = \gamma_k$$

در چنین صورتی برآوردکننده‌های متداول به برآوردهای مقبول از میانگین واریانس

---

۱. احمد توکلی، تحلیل‌های سری‌های زمانی همگرایی و همگرایی یکسان، مؤسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی، ۱۳۷۶.

و کوواریانس منجر می‌شود. یعنی داریم:

$$\hat{\mu} = \sum_{t=1}^{T}\frac{x_t}{T}$$

$$\delta^2 = \sum_{t=1}^{T}\frac{(x_t - \mu)^2}{T}$$

$$\gamma_k = \sum_{t=1}^{T}\frac{(x_t - \hat{\mu})\ (x_{t-k} - \mu)}{T}$$

صدق پیش‌فرض‌های ایستایی برای تحلیل سری زمانی حائز اهمیت است، مثلاً نقض فرض اول بدین معنا است که فرآیند تولید داده‌های سری زمانی ساختاری دارد که بررسی هر دورهٔ زمانی یک میانگین خاص خواهد داشت. در این صورت اگر سری ما n مشاهده داشته باشد، باید n میانگین مختلف را برآورد کنیم. به عبارت دیگر هر دورهٔ زمانی در حالی که نمونه‌ای تنها با یک مشاهده داریم، یک میانگین برآورد کنیم. روشن است که در چنین وضعیتی کار مثبتی نمی‌توان صورت داد.

در واقع یک فرآیند تصادفی، فرآیندی احتمالی است که قانون احتمال خاصی بر آن حاکم است. یک زیرمجموعه از فرآیندهای تصادفی، فرآیند تصادفی پایا است که سه ویژگی سابق‌الذکر در مورد آن صادق باشد. مجدداً باید تأکید شود که پیش‌فرض‌های پایایی به هیچ وجه همیشه در عمل صادق نیست. در عین حال بر اساس مطالعات تجربی، قبول آنها غالباً مبنای ساختن مدل‌های آماری می‌شود که پیش‌بینی را ممکن می‌سازند (Bos, Newbold .1994) ساده‌ترین مدل سری زمانی ایستا، مدل خود بازگشت درجه اول، یعنی AR است وقتی $|\rho| < 1$ باشد:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t\ ,\quad |\rho| < 1\ ,\quad \varepsilon_t \sim {}^{1}IN(0, \delta^2) \tag{3-2}$$

این مدل هر سه شرط پایانی را تأمین می‌کند.

آزمون‌های ایستایی[۲]

آزمون ایستایی با استفاده از همبستگی نگار[۳] و تابع خود همبستگی[۴] (ACF)

آزمون ایستایی از طریق همبستگی نگار به وسیله خود همبستگی (ACF) انجام

1. Independent Normally distributted
2. Applied Econometric time series chapter 2 page 78, 88. 3. Correlogram
4. Autocorrelation Function

می‌پذیرد. در این روش، ضریب خود همبستگی یک متغیر سری زمانی نظیر y_t با محاسبه اتوکوواریانس متغیر y_t بر روی وقفه‌های خود (وقفه‌های y_t) در نمونه به صورت زیر بیان گردند:

$$X_{(k)} = \frac{\sum(y_t - \bar{y})\,(y_{t+k} - \bar{y})}{n} \qquad (3\text{-}3)$$

$$\delta^2 = \mathrm{Var}(y) = X_{(0)} = \frac{\sum(y_t - \bar{y})^2}{n} \qquad (3\text{-}4)$$

آنگاه ضریب خود همبستگی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{\rho} = \frac{X_{(k)}}{X_{(0)}} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})\,(y_{t+k} - \bar{y})/n}{\sum_{t=1}(y_t - \bar{y})^2/n} \qquad S = 1, 2, \ldots$$

که در آن K تعداد وقفه‌ها و ρ ضریب خودهمبستگی در نمونه می‌باشد.

اکنون اگر در مقابل هر وقفه زمانی K، ρ_k (ضریب خودهمبستگی) را به‌دست آورده و این عمل را از $K = 1$ تا P وقفه ادامه دهیم، نمودار به‌دست آمده، همبستگی نگار نامیده می‌شود.

هر گاه با افزایش تعداد وقفه‌ها، ضریب خودهمبستگی و همبستگی نگار به آهستگی کاهش یابد، متغیر سری زمانی وابسته به زمان بوده و ناایستا می‌باشد. در مقابل، اگر پس از یک وقفه ضریب خود همبستگی و همبستگی نگار به یکباره کاهش یابند، نشان‌دهنده عدم وابستگی به زمان متغیر سری زمانی y_t بوده و این متغیر ایستا است.

بارتلت[1] نشان داده است اگر متغیر سری زمانی، فرآیند تصادفی خالص[2] باشد، ضریب خود همبستگی در نمونه تقریباً نرمال بوده و میانگین صفر و واریانس $\frac{1}{n}$ خواهد داشت (که در آن n حجم نمونه است). هم‌چنین خودهمبستگی در فرآیند تصادفی خالص، در هر وقفه (k) بزرگتر از صفر، صفر می‌باشد. بنابراین، می‌توان با استفاده از خصوصیات فوق و با فاصله اطمینان ۹۵٪ فرضیه ρ_k مساوی صفر را آزمون کرد. در نرم‌افزار Micro TSP 7 این فاصله به صورت دو خط موازی نشان داده شده است. اگر ρ_k برآورده شده در هر وقفه درون این فاصله اطمینان قرار گیرد، نمی‌توانیم فرض صفر $\rho_k = 0$ را رد کنیم، و اگر ρ_k برآورد شده خارج از آن قرار گیرد، فرض صفر رد شده و

1. Bartlett
2. Purely Random

سری زمانی نایستا است.

آزمون دیگری که ضرایب خود همبستگی را به صورت آزمون مشترکی به طور هم‌زمان مساوی بودن همه ضرایب خود همبستگی در وقفه‌های مختلف بررسی می‌کند. آزمون Q است که به وسیله باکس ـ پایرس (1970)[1] به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = n\sum_{k=1}^{m}\hat{\rho}^2_k \tag{3-5}$$

که در آن n حجم نمونه و m طول وقفه‌ها می‌باشد. آماره Q در نمونه‌های بزرگ دارای توزیع کای ـ دو با m درجه آزادی می‌باشد. اگر Q محاسبه شده بیشتر از مقادیر بحرانی Q باشد، می‌توانیم فرضیه صفر همه ρ_kها مساوی صفر است را رد کنیم. آزمون دیگر تابع خودهمبستگی، آزمون لجانگ ـ باکس[2] است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$LB = n(n+2)\sum\left(\frac{\hat{\rho}^2}{n-k}\right) \sim X^2_m \tag{3-6}$$

این آزمون نیز دارای توزیع کای ـ دو با m درجه آزادی می‌باشد.

آماره LB در نمونه‌های کوچک نتایج بهتری از آماره Q را نشان می‌دهد.

آزمون ریشه واحد[3] دیکی ـ فولر (DF)[4]

اگر یک سری زمانی نظیر y_t در معادله زیر را در نظر بگیریم:

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \tag{3-7}$$

که در آن u_t خطای تصادفی با میانگین صفر و واریانس ثابت δ^2 ناهمبسته باشد، که در واژه‌شناسی آن را نوفهٔ سفید[5] می‌نامند، اگر $\rho = 1$ باشد، دارای ریشه واحد بوده و نایستا خواهد بود.

بنابراین، فرض صفر $\rho = 1$ معادل با نایستایی است. برای آزمون فرض صفر $\rho = 1$ آمار t مناسب نبوده، باید از آماره‌ای که مقادیر بحرانی آن توسط دیکی ـ فولر بر اساس شبیه‌سازی مونت ـ کارلو به‌دست آمده و به آماره t یا دیکی ـ فولر (DF) مشهور است، استفاده کرد. این آماره توسط مکینون بسط، گسترش و جدول‌بندی شده است. در این آزمون هرگاه قدر مطلق آماره دیکی ـ فولر (DF) بیشتر از مقدار آماره DF مک کینون باشد، فرض صفر $\rho = 1$ رد شده و سری زمانی ایستا است. در مقابل، چنانچه، قدر

---

1. Box & Pierce
2. Ljung - Box
3. Unit Root
4. Dickey - Fuller

۵. منظور نوفه سفید، فرآیند تصادفی است با میانگین صفر و واریانس ثابت و کوواریانس صفر White Noise

مطلق آماره دیکی ـ فولر محاسبه شده کوچکتر از مقادیر بحرانی مک‌کینون باشد، فرض صفر رد نشده و ناایستاست.

شکل دیگر معادله (3-7) را می‌توان به صورت زیر بیان داشت:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t \qquad (3\text{-}8)$$

که در آن Δ عملگر تفاضل مرتبه اول و $\gamma = P - 1$ است. در این حاصله فرضیه صفر $\gamma = 0$ است. اگر واقعاً γ صفر باشد آنگاه داریم:

$$\Delta y_t = u_t$$

که نشان دهندهٔ یک سری زمانی ایستا است، زیرا u_t یک جمله تصادفی نوفهٔ سفید است.

از طرف دیگر، هر گاه سری زمانی در سطح داده‌ها ناایستا بوده پس از یکبار تفاضل‌گیری ایستا گردد، آن‌را همبسته از درجه یک[1] نامیده و با نماد $y_t \sim I(1)$ نشان می‌دهند. در حالت کلی، هر گاه سری زمانی ناایستا باشد و پس از dبار تفاضل‌گیری ایستا گردد، همبسته از درجه d نامیده شده و با نماد $y_t \sim I(d)$ نشان داده می‌شود. آزمون‌های مختلف دیکی ـ فولر بر حسب وجود و یا عدم وجود جمله ثابت، متغیر روند، به صورت‌های زیر بیان می‌گردند:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t \qquad (3\text{-}9)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + u_t \qquad (3\text{-}10)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \alpha_2 t + u_t \qquad (3\text{-}11)$$

که در آن α_0 جمله ثابت، t متغیر روند بوده و در تمام معادلات فوق u_t جمله اختلال نوفهٔ سفید است.

آزمون ریشه واحد دیکی ـ فولر پیشرفته[2]

هر گاه در معادلات قبلی دیکی ـ فولر فرض ناهمبسته بودن جمله اختلال رد شود، از آزمون دیگری که به آزمون دیکی ـ فولر پیشرفته مشهور است و به صورت زیر می‌باشد، استفاده می‌شود:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{m} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + u_t \qquad (3\text{-}12)$$

---

1. Integrated of order 1
2. Augmented Dickey - Fuller test

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{m}\beta_i \Delta y_{t-i+1} + u_t \qquad (3\text{-}13)$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_2 t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m}\beta_i \Delta y_{t-i+1} + u_t \qquad (3\text{-}14)$$

که در آن u_t جمله اختلال (نوفه سفید) است. در این حالت نیز فرض صفر $\rho = 1$ معادل با $\gamma = 0$ می‌باشد. تعیین تعداد وقفه‌ها معمولاً به طور تجربی به‌دست می‌آید. یک روش بررسی تعیین تعداد وقفه‌ها استفاده از آماره دوربین واتسون DW است.

هم‌چنین می‌توان از آماره t برای تعیین تعداد وقفه‌ها استفاده کرد. البته روش‌های دیگری نیز برای تعیین تعداد وقفه وجود دارد که در قسمت‌های بعدی به طور مفصل توضیح داده خواهد شد.

تغییرات ساختاری و آزمون ریشه واحد پرون[1]

ایجاد تغییرات ساختاری در اقتصاد یک کشور نظیر، جنگ، انقلاب، جهش قیمت نفت و... در اغلب سری‌های زمانی شکستگی ایجاد می‌کند. پرون (1988) و (1989) ضمن بیان مطالب فوق، استدلال می‌کند که در این شرایط، آزمون استاندارد فرضیه ریشه واحد، هنگامی که سری‌ها واقعاً ایستا می‌باشند، توانایی رد فرض ناایستایی را نداشته و آنها را ناایستا بیان می‌کند. وی با بیان دلایل و شواهد تجربی از مطلب فوق در اقتصاد آمریکا، منبع شکستگی ساختاری سری زمانی در این کشور را رکود 1929 و شوک قیمتی نفت 1973 به عنوان دو نمونه بیان می‌دارد.

پرون برای رفع مشکل آزمون دیکی ـ فولر از مدل‌هایی شامل متغیرهای مجازی و بر اساس روش دیکی ـ فولر استفاده نموده و به شکل زیر ارائه می‌دهد.

مدل A

$$y_t = \hat{\mu}_A + \hat{\theta}_A DU_t + \hat{\beta}_A t + \hat{d}_A D(TB)_t + \hat{\alpha}_A y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k}\hat{C}_{Ai}\Delta y_{t-i} + e_t$$

مدل B

$$y_t = \hat{\mu}_B + \hat{\theta}_B DU_t + \hat{\beta}_B t + \hat{\gamma}_B DT + \hat{\alpha}_B y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k}\hat{C}_{Bi}\Delta y_{t-i} + e_t$$

مدل C

$$y_t = \hat{\mu}_C + \hat{\theta}_C DU_t + \hat{\beta}_C t + \hat{\gamma}_C DT_t + \hat{d}_C D(TB)_t + \hat{\alpha}_C y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k}\hat{C}_{Ci}\Delta y_{t-i} + e_t$$

1. Perron, Pierre

فرض‌های صفر مدل‌های پرون به صورت زیر بیان می‌گردد:

مدل A	$\beta_A = 0$	$\theta_A = 0$	$\alpha_A = 1$
مدل B	$\gamma_B = 1$	$\alpha_B = 0$	$\beta_B = 0$
مدل C	$\alpha_C = 1$	$\gamma_C = 0$	$\beta_C = 0$

فرض مقابل آنها عبارت است از:

$\beta_A , \beta_B , \beta_C \neq 0 \qquad \alpha_A , \alpha_B , \alpha_C < 1$

$d_A , d_B , d_C = 0 \qquad \theta_A , \gamma_B , \theta_C \neq 0$

همگرایی[۱]

استفاده از متغیرهای سری زمانی ناایستا در یک معادله اقتصادی با استفاده از روش‌های کلاسیک (سنتی) ممکن است به نتایج جعلی منجر گردد. از آنجا که اکثر این سری‌ها همبسته از درجه یک $I(1)$ می‌باشند می‌توان به جای استفاده از سطح داده‌ها از تفاضل آنها در معادلهٔ اقتصادی استفاده کرد. اما این عمل دو اشکال دارد:

اول، تفاضل‌گیری مطابق با نظر میلر موجب از دست رفتن اطلاعات بلندمدت می‌گردد.

دوم، مدل‌های اقتصادی بر اساس سطح داده‌ها (و نه تفاضل اول آنها) تنظیم گردیده‌اند.

این اشکالات باعث نامناسب گردیدن روش می‌شود.

روش دیگر، روش همگرایی است که برای اولین‌بار توسط انگل و گرنجر[۲] (۱۹۸۷) معرفی شد. بر اساس این روش که در سطح داده‌ها، بیان شده و رابطه بلندمدت را مشخص می‌کند، هر گاه در یک معادله اقتصادی نظیر معادلهٔ:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + v_t \qquad (3\text{-}15)$$

x_t و y_t همبسته از درجه مشابه d باشند، یعنی $x_t , y_t \sim I(d)$ و سپس بتوان ترکیب خطی از آنها، نظیر z_t را پیدا کرد که همبسته از درجه d' باشد. یعنی $z_t \sim I(d')$ که در آن $d'<d$ است، میان متغیرهای فوق رابطه تعادلی (بلندمدت) وجود دارد.

---

۱. ر.ک: احمد توکلی، تحلیل سری‌های زمانی همگرایی و همگرایی یکسان (Cointegration)

2. Engle. R. F. and Cranger, C. W. J. "Co-Intergation and Error correction Representation Estimation and Testing"

مفهوم همگرایی به بیان دیگر[۱]

دو متغیر y_t و x_t که هر دو دارای یک ریشهٔ واحد (ناایستا) می‌باشند را در نظر بگیرید، مثلاً:

$$x_t = x_{t-1} + u_t \qquad u_t \sim (0, \delta_u^2)$$

$$y_t = y_{t-1} + v_t \qquad v_t \sim (0, \delta_v^2)$$

در چنین صورتی، تفاوت اولیه هر دو متغیر ایستا است، لذا اگر چنین رابطه خطی وجود داشته باید که ایستا هم باشد.

به طور کلی، هر نوع رابطهٔ خطی بین دو متغپر ناایستا، خود ناایستا است. دو متغیر y_t و x_t دارای یک رابطهٔ درازمدت و یا Cointegration می‌باشند، یعنی:

$$z_t = y_t + \alpha x_t \qquad z_t \sim I(0)$$

و α پارامتر همگرایی می‌باشد.

مزایای همگرایی

نظریه همگرایی از سه جهت حائز اهمیت می‌باشد:

اول: همگرایی نشان‌دهندهٔ یک رابطهٔ دراز مدت و یا تعادلی در میان متغیرهای سری زمانی می‌باشد که خود هر کدام به تنهایی ناایستا می‌باشند، یعنی در حالی‌که اجزاء یک Vector (بردار) از متغیرها می‌توانند دارای میانگین، واریانس و کوواریانس‌هایی باشند که تابع زمان می‌باشند، رابطهٔ خطی بین این متغیرها هیچ‌گونه وابستگی به زمان ندارد.

دوم: وجود (Cointegration) مبین رابطهٔ با معنا بین متغیرها است و این خود مشکل روابط بی‌معنا را از بین می‌برد. به زبان دیگر، رگرسیون‌هایی که با استفاده از متغیرهای ناایستا رانده می‌شوند، وقتی معنادار هستند که متغیر با یکدیگر همگرا باشند.

سوم: متغیرهایی که با یکدیگر همگرا هستند دارای یک مدل تصحیح خطا می‌باشند که مبین رابطهٔ کوتاه و دراز مدت بین این متغیرها می‌باشند. بنابراین، استفاده از (VAR) معمولی در مواردی که متغیرها همگرا هستند باعث نادیده گرفتن رابطهٔ الگوهای درازمدت بین متغیرها می‌شود.

---

۱. برای اطلاع بیشتر ر.ک: حسن محمدی، سلسله سخنرانی‌های ماهانه مؤسسه تحقیقاتی پولی و بانکی، ۱۳۷۳.

آزمون‌های همگرایی[1]

اگر بررسی رابطهٔ دو متغیر نایستا $I(0)$ y_t, x_t به وسیله معادله رگرسیون:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$$

مورد نظر باشد، باید به جای این معادله با معادلهٔ زیر که تفاضل اول آن متغیرها را دربردارد کار کرد:

$$\Delta y_t = \beta \Delta x_t + v_t \quad , \quad v_t = \Delta u_t$$

اینجا اثر تغییرات متغیر x بر تغییرات متغیر y قابل بررسی است، یعنی پس از روندزدایی از این دو متغیر x_t و y_t (تبدیل آنها از دو سری زمانی نایستا به ایستا) می‌توانیم تأثیر تغییراتشان را بر هم تخمین بزنیم، ولی اگر هدف رابطه روند دو متغیر یعنی رابطه بلندمدت آنها باشد، باز دچار مشکل خواهیم شد، زیرا در حالت تعادلی داریم:

$$\Delta y_t = \Delta x_t = 0$$

البته مشکل را می‌توان چنین بیان نمود که وقتی می‌گوییم یک نظام در حال تعادل است، یعنی حالتی است که متغیر دیگر تمایلی به تغییر ندارد و به حالت ثبات می‌رسد. پس در نقطه تعادل داریم:

$$y_t = y_{t-1} = y^e$$

که y^e مقدار متغیر را در حالت تعادل (Equilibrium) نشان می‌دهد. در این حالت خواهیم داشت:

$$\Delta y_t = 0$$

و اگر معادله رگرسیون با تفاضل‌ها، یعنی Δy_t ساخته شود دیگر رابطه‌ای قابل تخمین نیست. اگر چه میلز (1992) می‌گوید ممکن است اصلاً رابطه‌ای بلندمدت بین متغیرهای تحت بررسی وجود نداشته باشد، ولی باید راهی را جست‌وجو کرد تا بررسی احتمال وجود آن ممکن شود. مفهوم همگرایی (Cointegration) در دههٔ ۱۹۸۰ میلادی پیشنهاد شده تا این مشکل را حل کند و امکانی فراهم سازد که روابط بلندمدت مورد ادعای نظریات اقتصادی بین متغیرهای نایستا قابل بررسی شود.

بر اساس گرنجر (1986) و انگل و گرنجر (1987) همگرایی چنین تعریف می‌شود:

اگر دو متغیر x_t و y_t هر دو $I(1)$ باشند، هر ترکیب خطی از آنها مثل z

$$z = y_t - \beta x_t$$

---

۱. ر.ک: احمد توکلی، زمانی همگرایی و هگردی یکسان، ۱۳۷۶.

به طور کلی یک متغیر همگرای درجه اول، یعنی I(1) خواهد بود. در عین حال ایستا بودن z، یعنی همگرا بودن از درجه صفر نیز ناممکن نیست.

پس به طور کلی و ساده می‌توان گفت هر گاه بتوان ترکیبی خطی از چند متغیر ناایستا با درجه همگرایی مشابه پیدا کرد که ایستا باشد، به آن متغیرها همگرا گفته می‌شود در این حال تخمین مدل رگرسیون:

$$y_t = \beta x_t + z_t$$

با روش OLS علی‌رغم اینکه متغیر وابسته و متغیر توضیحی هر دو ناایستا هستند نه تنها مشکلی ندارد بلکه به برآورد فوق کارا برای β منجر می‌شود. در چنین صورتی معادله ریاضی:

$$y = \beta x$$

می‌تواند رابطهٔ بلندمدت بین این دو متغیر تلقی شود. دو متغیر x و y بدون اندیس t نوشته شده تا گویای حالت تعادلی و بلندمدت باشد. پس به طور خلاصه می‌توان نتیجه گرفت که در مدل‌های دو متغیره، دو متغیر همگرای از درجه مشابه می‌توانند رابطه بلندمدت یکتایی داشته باشند، تنها اگر همگرایی یکسان باشند. در غیر این صورت شکل رگرسیون جعلی (کاذب) رخ خواهد داد. با وجود همگرایی یکسان بین چند متغیر، نتایج برآورد با برآوردکننده‌های مرسوم، علی‌رغم ناایستا بودن سری‌های مورد مطالعه، قابل تفسیرند، ولی وقتی همگرایی یکسان وجود نداشته باشد برآورد و تحلیل حتماً باید با سری‌های زمانی حاصل از تفاضل‌گیری انجام شود (میلز، 1992).

نهایتاً اینکه باید همگرایی متغیرها مورد آزمون قرار گیرد که در قسمت بعدی به آن پرداخته می‌شود.

آزمون همگرایی انگل ـ گرنجر[1]

یک روش ساده و در عین حال رایج برای آزمون همگرایی بین دو متغیر روش انگلس ـ گرنجر است که معتقدند اگر متغیرهای معادله:

$$(\cdot)\ y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \quad \text{یا} \quad y_t = \beta x_t + u_t$$

همگی همیشه از درجه d باشند، یعنی $x_t\ ,\ y_t \sim I(d)$ و جمله پسماند معادله، u_t، همبسته از درجه $u \sim I(d')$ و $d>d'$، میان متغیرهای فوق همگرایی وجود داشته، رابطه

---

۱. همان.

تعادلی (بلندمدت) دارند. در این روش، رگرسیون (*) رگرسیون همگرایی[1] و βپارامتر همگرایی[2] نامیده می‌شود. برای پیدا کردن درجه همگرایی جمله پسماند نمی‌توان از آماره دیکی ـ فولر یا دیکی ـ فولر پیشرفته استفاده کرد، زیرا جمله پسماند شامل چندمتغیر سری زمانی و پارامتر همگرایی β می‌باشد، که باید برآورد شود. از این‌رو انگل ـ گرنجر آماره‌ای راکه به آماره انگل ـ گرنجر EG یا انگل و گرنجر افزوده (AEG)[3] معروف است، ارائه نمودند. فروض صفر و مقابل، در روش فوق عبارتند از:

فرض صفر: u_t دارای ریشه واحد بوده، x_t و y_t همگرا نمی‌باشند.

فرض مقابل: x_t و y_t همگرا می‌باشند.

هر گاه با استفاده از آماره EG بتوان فرض صفر را رد کنیم ثابت می‌شود بین متغیرهای مدل رابطه بلندمدت وجود دارد.

هم چنین انگل ـ گرنجر (1987) آماره دوربین واتسون حاصل از رگرسیون همگرایی را نیز به عنوان ملاکی برای آزمون همگرایی معرفی می‌کنند.

آنان نشان داده‌اند که CRDW بسیار کوچک (نزدیک به صفر) فرض همگرایی را رد می‌کند. ولی اگر این آماره نزدیک ۲ باشد می‌توان وجود آن را پذیرفت. البته آنها روش قبلی را ترجیح می‌دهند.

برای روشن شدن بحث مثال زیر را در نظر می‌گیریم:

می‌خواهیم وجود رابطه همگرایی بین مصرف کل و درآمد کل را بررسی کنیم بنابراین مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱ـ ابتدا باید درجه همگرایی هر یک از دو سری آزمون شود.

برای این کار آزمون ریشه واحد را درباره (c) و (y) انجام می‌دهیم که به احتمال زیاد باید فرض ایستایی برای هر سری در سطح خود، رد شود، بنابراین برای تعیین درجه همگرایی باید آزمون فوق برای تفاضل اول آنها انجام شود.

۲ـ برای تعیین بردار همگرایی رگرسیون همگرایی (یا در صورت وجود تعیین رابطه بلندمدت بر اساس نظریه اقتصادی) را تشکیل می‌دهیم و بر اساس برآورد رگرسیون مذکور سری زمانی جمله پسماند (u_t) به دست می‌آید.

$$c_t = \beta y_t + u_t$$

1. Cointegration Regression

2. Cointegration Parameter

3. Augmented Engle - Granger

۳ـ آزمون ریشه واحد برای u_t انجام شود. اگر ناایستایی برای u_t رد شود، دو سری مذکور همگرا هستند زیر ترکیب خطی، آنها یعنی $u_t = c_t - \beta y_t$ ایستا است یا اینکه:

همگرا $\leftarrow d>d' \leftarrow u_t \sim I(d=0)\ ,\ y_t\ ,\ c_t \sim I(d=1)$

ضعف‌های روش انگل ـ گرنجر[1]

روش انگل ـ گرنجر گرچه سر راست و ساده است، ولی چندان هم بی‌عیب نیست، معایبی که بر این روش گرفته‌اند از این قرار است:

الف: انتخاب متغیر سمت چپ می‌تواند هر یک از متغیرهای مدل باشد.

به عبارت دیگر معمولاً بر اساس آنچه نظریه اقتصادی افاده می‌کند، ما خودمان تقسیم‌بندی می‌کنیم که چه متغیری وابسته و چه متغیری مستقل باشد، مثلاً با وجود دو متغیر x_t و y_t می‌توانیم دو رگرسیون تعادلی زیر را داشته باشیم:

$$y_t = \beta_{-1} + \beta_{11}\, x_t + \varepsilon_{1t}$$

$$x_t = \beta_{-2} + \beta_{12}\, y_t + \varepsilon_{2t}$$

بنابراین نرمال کردن[2] متغیرها در روش انگل ـ گرنجر کاری است دلخواه، اما چنان‌که هیفر و جانسن (1991) و کندی (1992) می‌گویند معمولاً چنین نرمال‌سازی (یعنی انتخاب متغیر سمت چپ) دلبخواهی بر نتیجه آزمون تأثیر می‌گذارد. این تأثیر با استفاده از اندرس (1995) چنین قابل تبیین است. با وجود دو متغیر، آزمون انگل ـ گرنجر برای همگرایی با دو معادله رگرسیون امکان‌پذیر است.

در نمونه‌های بسیار بزرگ $(t\rightarrow\infty)$ قضیه مجانبی نشان می‌دهد که آزمون ریشهٔ واحد برای جملات پسماند ε_{1t} و ε_{2t} هم‌ارز و معادل یکدیگرند. امّا در مدل‌های کوچک (مدل‌ها با نمونه کوچک) چنین خاصیتی معلوم نیست وجود داشته باشد. که معمولاً محققین نمونه کوچک در دست دارند و تعجب‌آور نخواهد بود که با تغییر متغیر سمت چپ، نتیجه آزمون تغییر کند. به بیان دیگر ممکن است، در حالی که آزمون برای ε_{1t} سری ایستا را نشان دهد، یعنی دو متغیر همگرا هستند، آزمون برای ε_{2t} عکس آن را نشان دهد.

---

۱. همان.

2. Normalization

این ضعف روش انگل ـگرنجر است؛ زیرا آزمون باید نسبت به نرمال‌سازی غیرحساس باشد. البته در مورد مدل‌های با متغیرهای بیشتر مسئله حادتر خواهد بود، زیرا هر یک از متغیرها می‌تواند متغیر سمت چپ تلقی شوند. هم چنین ممکن است بیش از یک رابطه همگرایی وجود داشته باشد که این روش قادر به تشخیص‌برداری چندگانه نیست.

ب: دو مرحله‌ای بودن روش انگل ـگرنجر

بدین معنا که در مرحله اول فرض می‌شود که دو متغیر I(1) همگرایی یکسان دارند و بر اساس این فرض معادله رگرسیون همگرایی را یعنی:

$y_t = \beta x_t + u_t$

را تخمین می‌زنیم تا سری $\hat{u}_t$ را به‌دست آوریم. قبول این فرض ضروری است زیرا با I(1) بودن دو متغیر $y_t = x_t$ تنها وقتی این دو همگرایی داشته باشند تخمین $\hat{u}_t$ با روش OLS معتبر است.

سپس در مرحله دوم، سری $\hat{u}_t$ برآورد شده از رگرسیون همگرایی را برای آزمون صحت همگرایی بکار می‌گرفتیم. در واقع دچار دور (سیکل) می‌شویم یعنی:

فرض می‌کنیم که دو متغیر همگرا هستند تا ثابت کنیم که آنها همگرای یکسان هستند!

دیکی و دیگران (1995) معتقدند در چنین وضعیتی رد فرض صفر ناایستایی برای جملات پسماند (اختلال) دشوار است. به بیان دیگر، مرحله اول سری زمانی جمله‌های پسماند، یعنی $\hat{u}_t$ را ارائه می‌کند، سپس با این سری ($\hat{u}_t$)، مدل:

$\Delta\hat{u}_t = \hat{\delta}\hat{u}_t + v_t$

ساخته می‌شود تا δ و آماره t مربوط محاسبه شده و مبنای قضاوت ایستایی یا ناایستایی شود (برای $\hat{u}_t$). بنابراین خطاهای حادث شده در مرحله اول، در مرحله دوم اثر خواهد گذاشت (اندرس 1995).

دیکی و دیگران (1995) معتقدند که تنها زمانی که بردار همگرایی صریحاً توسط نظریه اقتصادی معلوم شده باشد، روش مرسوم آزمون ریشه واحد برای همگرایی مناسب‌است، چون‌در این‌صورت مرحلهٔ اول حذف می‌شود چون سری $\hat{u}_t$ قابل‌محاسبه است و نیاز به برآورد نیست و آزمون ریشه واحد برای u_t انجام می‌شود نه برای $\hat{u}_t$.

ج: عدم روشن ساختن تعداد دقیق رابطه‌های بلند مدت بین متغیرهای تحت بررسی

(هیفر و جانس، 1991) اگر بیش از دو متغیر در مدل داشته باشیم، مثلاً n متغیر، تا (n-1) ترکیب خطی مستقل همگرای بین آنها ممکن وجود داشته باشد که همه آنها گویای یک رابطه اقتصادی نیست، چنانکه قبلاً مشاهده شد تنها وقتی n = 2 باشد این ترکیب یکتاست. وقتی رابطهٔ واحدی پیدا نشد و تعداد زیادی ترکیب همگرایی پیدا شد تشخیص فرق ترکیبی که گویای یک ارتباط رفتاری است از بقیه ترکیب‌ها که تفسیر اقتصادی ندارد به راحتی ممکن نیست (اندرس 1995).

هـ: برآوردهای حاصل از تخمین ناکارا هستند

حتی در مدل دو متغیره روش انگل ـ گرنجر، تخمین مدل، بالقوه به برآوردهای ناکارا منجر می‌شود، یعنی نسبت به سایر روش‌های آزمون همگرایی، روش انگل ـ گرنجر به برآوردهای با کمترین واریانس نمی‌انجامد.

آزمون همگرایی جوهانسن و جوسیلیوس[1]

با توجه به ضعف‌های روش انگل ـ گرنجر، آزمون همگرایی جوهانسن و جوسیلیوس[2] دارای مزیت‌هایی است که شاید بتوان اظهار نمود که ضعف‌های روش انگل ـ گرنجر را از بین می‌برد. این مزیت‌ها عبارتند از:

۱ـ این متد، رابطه دراز مدت بین چندین متغیر را بررسی می‌کند.

۲ـ این متد بر اساس روش ML[3] می‌باشد.

۳ـ این متد به طور مستقیم تعداد روابط درازمدت را مشخص می‌کند.

فرض کنید یک بردار x_t که شامل متغیرهای $(x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{pt})$ می‌باشد دارای پروسه اتورگرسیو (Autoregressive) زیرین باشد:

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \ldots + A_k x_{t-k} + \varepsilon_t \quad (t = 1, \ldots, T) \quad (*)$$

که اشتباهات $\varepsilon_{1t} \ldots, \varepsilon_{pt}$ بر اساس Gaussian باشد.

تابع (*) دارای یک مدل معادل تصحیح خطا[4] می‌باشد که به صورت زیر نوشته می‌شود:

---

۱. ر.ک: حسن محمدی، سلسله سخنرانی‌های ماهانه مؤسسه تحقیقات پولی و بانکی، ۱۳۷۳.

2. Johansen and Jusalius 3. Maximum Likelihood 4. Error - Correction

$$\Delta x_t = \Pi\Delta x_{t-1} + \dots + \Pi_{k-1}\Delta x_{t-k-1} + \Pi_{t-k} + \varepsilon_t \quad (**)$$

$$\Pi_i = -I + A_1 + \dots + A_i \;,\quad (i = 1, \dots, k-1)$$

$$\Pi = I - A_1 - \dots - A_k \quad \text{یا} \quad \pi = -(I - \sum_{i=1}^{p} A_i)$$

نهایتاً

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{k-1} \pi_i \Delta x_{t-i} + \pi x_{t-k} + \varepsilon_t$$

تنها تفاوت بین (**) و یک مدل (VAR) معمولی که بر اساس تفاوت اولیه متغیرها نوشته شده باشد آخرین قسمت (**) یعنی Πx_{t-k} می‌باشد.

با استفاده از رتبه[1] ماتریس Π (که ما آن را با r نشان می‌دهیم) می‌توانیم اطلاعاتی در مورد روابط درازمدت در بین متغیرهای x_t به‌دست آوریم، که سه حالت دارد:

الف: اگر $r = 0$ باشد:

تمام اجزاء x_t که دارای ریشهٔ واحد می‌باشند دارای ترکیبات خطی می‌باشند که خود دارای ریشهٔ واحد و یا ناایستا است. در این صورت ما می‌توانیم مدل (VAR) را با استفاده از تفاوت اولیهٔ متغیرها تخمین بزنیم.

ب: اگر $r = P$ باشد:

تمام اجزاء ایستا بوده و در این صورت (VAR) با استفاده سطح x_t مورد قبول است.

ج: اگر $0<r<P$ باشد:

در این صورت r رابطه خطی بین متغیرهای ناایستا وجود دارد که ایستا می‌باشد و $P-r$ رابطه که دارای جهت‌های مشترک استوکاستیک می‌باشد.

بحث مورد نظر ما بند (ج) است. در چنین وضعی، ماتریس Π را می‌توان به صورت $\Pi = \alpha\beta$ نوشت که β و α ماتریس‌های $P \times r$ می‌باشند. β همان ماتریس پارامترهای بلندمدت (Cointegration) می‌باشد و α ماتریس پارامترهای تصحیح خطا (Error - Correction) است.

جوهانسن و جوسیلیوس نشان دادند که β همان Eigenvector است که مربوط به بزرگترین Eigenvalue تابع زیر می‌باشد، که:

$$|\lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k}| = 0$$

که:

S_{00} = مساتریس واریانس ـ کواریانس است که با رگرسیون Δx_t بر روی

1. Rank

$(\Delta x_{t-k+1}, \dots, \Delta x_{t-1})$ به‌دست آمده است.

S_{kk} = ماتریس واریانس ـ کواریانس است که با رگرسیون Δx_{t-1} بر روی Δx_{t-k+1} به‌دست آمده است.

S_{0k} = ماتریس واریانس ـ کواریانس متقابل می‌باشد.

آزمون‌های تعیین تعداد بردارهای همگرایی

ـ آزمون اثر (trace)

این تست به بررسی این می‌پردازد که تعداد بردارهای همگرایی حداکثر r می‌باشد و بر اساس تابع Likelihood می‌باشد:

$$-2LnQ_1 = -T\sum_{i=1}^{p} Ln(1-\lambda_i)$$

ـ آزمون حداکثر مقدار ویژه (Maximum Eigenvalue)

این تست به بررسی این می‌پردازد که تعداد بردارهای همگرایی برابر r + 1 می‌باشد و از طریق زیر محاسبه می‌شود:

$$-2LnQ_2 = -TLn(1-\lambda_{r+1})$$

علیت گرنجر[1]

گرنجر (1969) مفهومی از علیت را معرفی کرد که تحت شرایطی که ذیلاً بررسی می‌گردد می‌تواند در چهارچوب یک فرآیند دو متغیره (VAR) مورد مطالعه قرار بگیرد. ابتدا مفهوم علیت گرنجر بحث شده و سپس آزمونی برای عدم علیت معرفی می‌گردد. در معنای وسیع، متغیر y_{2t} علت گرنجری y_{1t} است، اگر اطلاعات حال و گذشته y_{2t} در بهبود پیش‌بینی متغیر y_{1t} کمک نماید به شکل رسمی، فرض شود Ω_t شامل کلیه اطلاعات مرتبط تا دوره t بوده و $\delta^2[y_{1t}(1) \mid \Omega_t]$ را به عنوان MSE شرطی پیش بهینه $y_{1t}(1)$ با توجه به اطلاعات مفروض در Ω_t تعریف می‌نماید. متغیر y_t علت گرنجری y_1 برای دوره t است. اگر:

$$\delta^2(y_{1t}(1) \mid \Omega_t) < \delta^2(y_{1t}(1) \mid \Omega_t \setminus \{y_{2s} \mid s \leq t\})$$

1. George G. Judge & Others, Introduction to the theory and practice of Econometrics, second edition, chapter 18, page 767, ...770.

که $[y_{2s} \mid s \leq t]$ \ Ω_t بیانگر کلیه اطلاعات در Ω_t است که در $[y_{2s} \mid s \leq t]$ وجود ندارد. به عبارت دیگر، y_2 علت گرنجری است اگر بتوان y_2 را پیش‌بینی نمود زمانی که علاوه بر تمامی سایر اطلاعات از اطلاعات گذشته و جاری y_{2t} استفاده نماییم.

علت گرنجری از سوی y_t به y_2 نیز به طور مشابه تعریف می‌شود. یک سیستم دو متغیره که در آن y_2 علت y_1 و y_1 علت y_2 است یک سیستم بازخورد[1] نام دارد.

بدین‌ترتیب می‌توان یک سیستم VAR(P) برای هر متغیرها ترتیب داد:

$$\begin{vmatrix} y_{1t} \\ \\ y_{2t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_1 \\ \\ v_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \theta_{11,1} & \theta_{12,1} \\ \\ \theta_{21,1} & \theta_{22,1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y_{1t-1} \\ \\ y_{2t-1} \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} \theta_{11,p} & \theta_{12,p} \\ \\ \theta_{21,p} & \theta_{22,p} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y_{1,t-p} \\ \\ y_{2,t-p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_{1t} \\ \\ v_{2t} \end{vmatrix}$$

و با فرض اینکه به علاوه، y_t شامل کلیه اطلاعات مربوط باشد به طوری که:

$$\Omega_t = \{y_s \mid s \leq t\}$$

می‌توان نشان داد که y_2 علت گرنجری y_1 نیست اگر و تنها اگر:

$$(*) \quad \theta_{12,1} = \theta_{12,2} = \ldots = \theta_{12,p} = 0$$

و نیز y_1 علت گرنجری y_2 نیست اگر و تنها اگر:

$$\theta_{21,1} = \theta_{21,2} = \ldots = \theta_{21,p} = 0$$

بنابراین، آزمون عدم وجود علیت تبدیل می‌شود به آزمون محدودیت‌های صفری روی ضرایب VAR(P). فرضیه عدم (*) معادله فرضیه عدم وجود علیت گرنجری y_2 به y_1 است. یک چنین فرضیه عدمی را می‌توان به‌وسیله آزمون F به شکل ذیل آزمون کرد:

$$\lambda = \frac{SSE_r - SSE_u}{P\hat{\delta}_{11}}$$

که SSE_r و SSE_u مجموع مربعات خطاهای حاصله از روش OLS برای معادله اول است در حالی‌که محدودیت‌ها اعمال شده و نشده باشد. کمیت $\hat{\delta}_{ij}$ تخمین زن OLS از واریانس v_{1t} است.

اگر فرضیه عدم صحیح باشد، تابع آزمون λ دارای توزیع F تقریبی مرکزی است با درجات آزادی P و T-2P-1.

---

1. Feedback System

توزیع F تقریبی است، زیرا معادله تخمینی حاوی رگرسیون‌های استوکاستیک است. به صورت دقیق‌تر $p\lambda$ دارای توزیع X_p^2 مجانبی است وقتی که $T\rightarrow\infty$.

در نمونه‌های کوچک، استفاده از توزیع F به جای X_p^2 معقول به نظر می‌رسد، چرا که F دارای دنباله پهن‌تر است که در واقع جانشینی واریانس واقعی $\hat{\delta}_{ij}$ در مخرج را با δ_{ij} ملحوظ می‌دارد.

پردازش داده‌ها به روش VAR[1]

مقدمه

رهیافت سیمز و همکاران وی از متدولوژی کمیسون کاولز[۲] از دو نظر متفاوت است و رهیافت فوق منکر آن است که تئوری نظری می‌تواند محدودیت‌های لازم برای شناسایی مدل‌های ساختاری را به‌دست دهد و استدلال می‌شود که برای تحلیل سیاست‌گذاری و پیش‌بینی و شناسایی ساختاری لازم نیست (سیمز، ۱۹۸۰). بنابراین، این رهیافت که توسط کولی و لروی (۱۹۸۵) اقتصادسنجی غیرتئوریک خوانده شد بر این مبنا قرار دارد که تنها سیستم‌های برداری خود رگرسیون غیرمقید VAR که طبقه‌بندی نظری متغیرها به درون‌زا و برون‌زا را مجاز نمی‌دارد، برای تحلیل اقتصادسنجی کلان پذیرفته است.

رهیافت (VAR) گزینه مهم دیگری برای مدل‌های اقتصادسنجی کلان بزرگ است و تا حدی موفقیت‌آمیز در زمینه پیش‌بینی (لیترمن، 1985) مورد استفاده واقع شده است. حال اینکه بتوان از این سیستم‌های غیرمقید VAR در زمینه ارزیابی سیاست و فرمول‌بندی سیاست نیز استفاده نمود، امری بحث‌انگیز است.

کولی و لروی (1985) در انتقاد خود از این ادبیات می‌گوید که حتی اگر بتوان از آن به طور موفقیت‌آمیزی استفاده نمود، هنوز از قابلیت کاربرد محدودیت برخوردار است مگر آنکه به عنوان ابزاری برای توصیف داده‌ها و پیش‌بینی قبل از وقوع از آن استفاده نمود (سیمز، 1985).

1. Vector Autoreressive (گرفته شده از منابع شماره‌های ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱)

۲. کمیسون کاولز در ایالات متحده و دپارتمان اقتصاد کاربردی در انگلستان برای بنیان نهادن انجمن اقتصادسنجی، سبب شد تا اقتصادسنجی با عنوان بخشی از علم اقتصاد از دهه ۱۹۳۰ و ۱۹۴۰ پا به عرصه وجود گذارد.

آنها بحث می‌کنند که رهیافت فوق، آزمون تئوری‌های اقتصادی را مجاز ندانسته، برای تحلیل سیاست، کاربرد اندکی دارد و بالاتر از همه آنها درکی ساختاری از سیستم اقتصادی را که هدف نمایش آن را دارند، فراهم نمی‌آورند، امّا به هر حال سیمز و سایرین بر این عقیده‌اند که از مدل‌های VAR می‌توان برای تحلیل حساسیت استفاده نمود و نوع فروض شناسایی‌کننده لازم برای این منظور غیرقابل قبول‌تر از فروض مدل‌های اقتصادسنجی کلان نیستند.

به هر حال مزیت رهیافت (VAR) لااقل برای کشورهای در حال توسعه باید بیشتر باشد. این بدان جهت است که هر چند در مدل‌سازی اقتصاد کلان سنتی برای این کشورها خصوصیات اقتصادی آنها حتی‌الامکان لحاظ می‌گردد و مثلاً برای اقتصاد ایران مسلط بودن درآمد نفتی در کلی اقتصاد احساس می‌شود ولی به هر حال در کلیه مراحل شناسایی برآورد و شبیه‌سازی از تکنیک‌های مهم از تئوری‌های دقیقاً مناسب با یک اقتصاد توسعه‌یافته به طور ضمنی استفاده می‌شود. لذا رهیافت (VAR) که هیچ نوع محدودیت نظری قبلی را مدنظر قرار نمی‌دهد، حداقل جهت مقایسه نتایج می‌تواند مورد استفاده باشد هر چند که از نظر پیش‌بینی می‌توان گفت که این رهیافت علی‌رغم سایر انتقادات تقریباً بدون انتقاد باقی مانده است.

یک مدل خود رگرسیونی برداری (VAR) مدلی است که در آن هر متغیر بر روی مقادیر با وقفه خودش و مقادیر با وقفه کلیه متغیرهای دیگر در مدل رگرس می‌گردد.

بنابراین به دلیل ظهور متغیر وابسته با وقفه زمانی مدل اتورگرسیو بوده، و به دلیل وجود متغیرهای متعدد صحبت از بردار به میان می‌آید که در نتیجه مدل به مدل اتورگرسیون برداری معروف است.

در این نوع مدل‌ها، جملات اختلال یا خطاهای تصادفی در قالب واژه متداول VAR به تغییرات ناگهانی یا آنی[1] مشهورند.

در برآورد مدلهای (VAR)، به دلیل اینکه تمام متغیرهای سمت راست، در حقیقت، متغیرهای درون‌زای با وقفه (یا در حالت کلی از قبل تعیین شده) می‌باشند. می‌توان از روش حداقل مربعات معمولی (OLS) استفاده کرد. در این نوع مدل‌ها که مشابه معادلات به صورت حل شده[2] در معادلات همزمان می‌باشد، می‌توان از روش

1. Impulses or Innovations 2. Reduced form

رگرسیون‌های به ظاهر نامرتبط[1] (SUR) برای برآورد همزمان معادلات استفاده کرد، ولی چون تعداد متغیرهای درون‌زای با وقفه در تمام معادلات یکسان است، روش برآورد (OLS) به صورت تک‌معادله‌ای برآوردهای هم‌ارز یا یکسان (کارا) با آن را به‌دست می‌دهد. و بنابراین کاربرد روش (SUR) چیزی را عوض نمی‌کند.

حامیان (VAR) تأکید می‌کنند که این روش:

اولا: به دلیل سادگی در کاربرد (استفاده از روش OLS)

ثانیاً: به دلیل عدم نیاز به تقسیم متغیرها به درون‌زا و برون‌زا (البته گاهی متغیرهای برون‌زای خالص برای مجاز دانستن روند و عوامل فصلی ملحوظ می‌گردد).

ثالثاً: به دلیل ارائه پیش‌بینی، بهتر از معادلات همزمان، روش بهتری است.

اما منتقدین مواردی را مطرح می‌کنند که ایستا بودن تمام متغیرهای مدل می‌باشد. به عبارت دیگر، آیا باید قبل از بکارگیری یک مدل (VAR) ساده ایستابودن متغیرها محرز باشد؟

سمیز (1980) و دیگران مانند دوان[2] (1992) عدم تفاضل‌گیری را حتی در صورتی که متغیرها دارای ریشه واحد باشند توصیه می‌کنند. آنان بحث می‌کنند که هدف تحلیل (VAR) تعیین رابطه متقابل بین متغیرها است و نه برآورد پارامترها.

دلیل آنها با تفاضل‌گیری و ایستاشدن متغیرها آن است که، اطلاعاتی که ناشی از حرکت متقابل داده‌ها است (مانند، امکان وجود رابطه همگرایی) را از بین می‌برد. به عبارت ساده‌تر، تفاضل‌گیری اطلاعات بلندمدت ارزشمندی را از بین می‌برد.

در نهایت اگر هم با رهیافت خود رگرسیون برداری (VAR) موافقت نشود می‌توان از آن برای مقاصد مقایسه‌ای استفاده کرد.

فرآیند (VAR)[3]

یک فرآیند خود رگرسیونی برداری از رتبه ((VAR(P)) برای یک سیستم با M متغیر:

$y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Mt})'$

به صورت زیر تعریف می‌شود:

---

1. Seemingly Unrelated Regression
2. Doan, Thomas
3. George. G. Judge & others/Intraduction to the theory and practice of Econometrics, Second Edition, chapter 18, pages 753, 754.

$$(*) \quad y_t = v + \theta_1 y_{t-1} + \dots + \theta_p y_{t-p} + v_t$$

که در این سیستم M معادله‌ای، v یک بردار m بعدی به قرار زیر است:

$$v = (v_1 , \dots , v_M)'$$

و

$$\theta_i = \begin{vmatrix} \theta_{11,i} & \dots & \theta_{1M,i} \\ \theta_{M1,i} & \dots & \theta_{MM,i} \end{vmatrix}$$

ماتریس ضرایب M×M و $v = (v_{it} , \dots , v_{Mt})'$ دارای همان خواص استوکاستیک خطاهای فرم خلاصه شده در یک سیستم معادلات همزمان است.

به عبارت دیگر v_t دارای میانگین صفر است یعنی $E(v_t) = 0$ و دارای ماتریس کوواریانس (غیرمنفرد) $\Sigma v = E(v_t v'_t)$ برای کلیه t است. به علاوه برای $t \neq s$ و v_t و v_s ناهمبسته هستند. این خواص فرآیند نوفهٔ سفیدبرداری[1] را به‌دست می‌دهند.

معمولاً پارامترهای v و θ_1 و θ_2 و... θ_p و Σ_v در عمل نامعلوم هستند و قبل از آنکه بتوان از سیستم برای پیش‌بینی با مقاصد تحلیلی استفاده نمود باید آنها را تخمین زد.

تخمین یک فرآیند (VAR) با رتبه معلوم P

نکته بسیار مهم این است که یک مدل VAR(P) را می‌توان به عنوان فرم خلاصه شده یک دستگاه معادلات همزمان در نظر گرفت. بنابراین، از روش‌های تخمین فرم خلاصه شده برای تخمین یک VAR(P) می‌توان استفاده کرد. در این صورت m (ام) معادله سیستم (*) را به صورت ذیل بیان کرد:

$$y_{mt} = v_m + \theta_{m1,1} y_{1,t-1} + \dots + \theta_{mM,1} y_{M,t-1} + \dots + \theta_{m1,p} y_{1,t-p}$$

$$+ \dots + \theta_{mM,p} y_{M,t-p} + v_{mt}$$

با فرض آنکه دارای T مشاهده و p مقدار قبل از نمونه باشیم (برای هر یک از متغیرها آنگاه بردارهای ذیل را می‌توانیم به‌دست آوریم:

1. Vector white noise

$$(m = i , \ldots M) \qquad (i = 1 , \ldots p)$$

$$y^m = \begin{vmatrix} y_{m1} \\ y_{m2} \\ \vdots \\ y_{mT} \end{vmatrix} \qquad y_{-i}^m = \begin{vmatrix} y_{m,1-i} \\ y_{m,2-i} \\ \vdots \\ y_{m,T-i} \end{vmatrix}$$

به عبارت دیگر، y_{-i}^m شامل متغیرهای بردار y^m با i دوره تأخیر می‌باشد، همچنین تعریف می‌کنیم:

$$v^m = (v_{m1} , \ldots , v_{mT})'$$

با استفاده از این نمادها برای عبارت (*) داریم:

$$y^m = v_{mj} + \theta_{m1,1}y_{-1}^1 + \ldots + \theta_{mM,1}y^M_{-1} + \ldots + \theta_{m1,p}y^1_{-p} + \ldots + \theta_{mM,p}y^M_{-p} + v^m$$

که j یک بردار (T×1) حاوی یک‌هاست. این سیستم را به طور خلاصه می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$Y^m = X\theta_m + V^m$$

که:

$$x = (j , y_{-1}^1 , \ldots , y_{-1}^M , y_{-2}^1 , \ldots , y_{-2}^M , \ldots , y_{-p}^1 , \ldots , y_{-p}^M)$$

و:

$$\theta_m = (v_m , \theta_{m1,1} , \ldots , \theta_{mM,1} , \theta_{m1,2} , \theta_{mM,2} , \ldots , \theta_{m1,p} , \ldots , \theta_{mM,p})'$$

بردار ضریب معادله m ام سیستم است. توجه شود که هر یک از M معادله دارای یک ماتریس رگرسیون X است. اگر بخواهیم M معادله را به صورت یک سیستم بنویسیم داریم:

$$y = (I_M \otimes x)\,\theta + v$$

که $\otimes$ ضرب کرونکر است. تحت مفروضات بیان شده در رابطه (*) در قسمت (۲-۷-۳) ماتریس کواریانس از v خواهیم داشت:

$$E(vv') = \Sigma_v \otimes I_T$$

می‌دانیم در یک چنین سیستمی تخمین‌زن GLS معادل تخمین زن LS است و به

عبارت اخیر معادل تخمین جداگانه هر معادله به‌وسیله روش LS است. بنابراین، بدون از دست دادن کارایی تخمین هر معادله به وسیله روش LS داریم:

$$\hat{\theta}_m = (x'x)^{-1} x'y^m$$

و نهایتاً برای کل سیستم تخمین‌زن:

$$\hat{\theta} = |I_M \otimes (x'x)^{-1} x'|y$$

حاصل می‌گردد.

جهت بررسی خواص این تخمین زن اگر فرض کنیم که v_t دارای توزیع نرمال چندمتغیره $N(0, \Sigma_v)$ بوده و v_t از v_t برای $S = t$ مستقل باشد و اگر y_t یک فرآیند ایستا باشد، آنگاه می‌توان نشان داد.

$$(**)\ \underset{T\to\infty}{P\,Lim} \frac{1}{T}(x'x) = Q$$

یک ماتریس غیرمنفرد[1] می‌باشد و

$$\underset{T\to\infty}{P\,Lim} \left(\frac{1}{T} X'v^m\right) = Q \quad , \quad m = 1 , \ldots , M$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} P\,Lim\,\hat{\theta}_m &= P\,Lim\,(x'x)^{-1} x'y^m \\ &= P\,Lim\,|(x'x)^{-1}x'(x\theta_m + v^m)| \\ &= \theta_m + P\,Lim\left(\frac{x'x}{T}\right)^{-1} P\,Lim\left(\frac{x'v^m}{T}\right) \\ &= \theta_m \end{aligned}$$

بنابراین هر $\hat{\theta}_m$ سازگار می‌باشد، یعنی $P\,Lim\,\hat{\theta} = \theta$.

به علاوه از آنجایی که فرآیند خطای v_t دارای توزیع نرمال فرض می‌شود لذا θ به طور مجانبی معادل تخمین‌زن ML می‌باشد و به طور مجانبی کارا بوده و طبق قانون نرمال توزیع می‌شود، یعنی:

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_{\hat{\theta}})$$

می‌توان نشان داد که ماتریس، احتیاج به تخمین‌زن سازگاری از Σ_v داریم و در پرتو (**) از $(x'x/T)^{-1}$ به عنوان تخمین‌زن سازگار از Q^{-1} استفاده می‌کنیم.

ijامین عنصر δ_{ij} از Σ_v را می‌توان به وسیله رابطه:

$$\delta_{ij} = \frac{(y^i - x\hat{\theta}_i)'(y^j - x\hat{\theta}_j)}{T - MP - 1}$$

1. Non Singular Matrix

تخمین زد که در مخرج تعداد پارامترهای MP + 1 در هر معادله از حجم نمونه T کم می‌شود. با نشان دادن ماتریس حاوی عناصر δ_{ij} به صورت Σ_v می‌توان تخمین‌زن Σ_θ را به شکل زیر به‌دست آورد:

$$\hat{\Sigma}_{\hat{\theta}} = \hat{\Sigma}_v \otimes (x'x/T)^{-1}$$

باید توجه داشت که این تخمین‌زن، تخمین‌زنی از ماتریس کوواریانس مجانبی $\sqrt{T}(\hat{\theta}-\theta)$ است.

یک تخمین (تقریب) برای ماتریس کواریانس از $\hat{\theta}$ چنین خواهد بود:

$$\hat{\Sigma}_v \otimes (x'x)^{-1}$$

تعیین طول وقفه‌ها

اولین مسئله در مدل‌های خودرگرسیونی برداری، تعیین طول وقفه است که در این مورد می‌توان از معیارهایی استفاده کرد.

در رابطه با حالت یک متغیره انتخاب یک درجه مناسب برای یک فرآیند خودرگرسیون (AR) بر مبنای ضرایب خودهمبستگی جزیی صورت می‌گیرد.

برای فرآیندهای برداری خودهمبستگی جزیی به شکل ماتریس می‌باشند. بنابراین، به‌راحتی نمی‌توان فقط با دیدن، درجه‌مناسب را انتخاب نمود. بدیهی است که می‌توان از آزمون‌های رسمی در این رابطه با معنادار بودن آنها استفاده کرد. رهیافت دیگر انتخاب معیاری برای گزینش درجه مدل می‌باشند که در اینجا از این طبقه بهره‌گیری می‌شود.

قاعده حداقل کردن AIC(n)[1]

یکی از ملاک‌های معتبر برای تعیین طول وقفه یا گزینش درجه مدل، معیار AIC است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$AIC(n) = \text{Ln}\det(\hat{\Sigma}_n) + \frac{2M^2 n}{T}$$

$$AIC = T\text{Ln}(\delta_n^2) + 2n$$

که M تعداد متغیرهای در سیستم

T حجم نمونه d_n^2 برآوردکننده حداکثر درست‌نمایی و $\delta_n^2 = \frac{SSE_n}{T}$

$\hat{\Sigma}_n$ تخمینی از ماتریس کواریانس باقیمانده‌های Σ_v است که از یک مدل VAR(n) به

1. Akaike Info. Criterion

دست آمده است.

عناصر $\hat{\Sigma}_n$ بصورت ذیل محاسبه می‌شوند:

$$\delta_{ij} = \frac{(y^i - x\hat{\theta}_i)(y^j - x\hat{\theta}_j)}{T}$$

یعنی مجموع مربعات یک حاصل‌ضرب‌های متقاطع بر حجم نمونه تقسیم می‌شوند و نه بر درجات آزادی. رتبه P چنان انتخاب می‌شود که AIC حداقل می‌گردد.

به عبارت دیگر، مدل‌های با درجه $(n = 0, 1, \ldots, P)$ برای یک فرآیند (VAR) با درجه حداکثر P تخمین زده می‌شود. آنگاه ماتریس‌های Σ_n برای $(n = 0, 1, \ldots, P)$ و مقادیر متناظر AIC(n) محاسبه می‌گردد.

ارزش P(AIC) آن درجه‌ای است که AIC(n) را طی $(n = 0, 1, \ldots, P)$ حداقل نماید. در این فرآیند حجم T ثابت است.

قاعده SC(n)[1]

این قاعده تا حدود زیادی شبیه قاعده AIC(n) است. که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SC(n) = \text{Lndet}\ (\hat{\Sigma}_n) + \frac{M^2 n \text{Ln} T}{T}$$

$$SC(n) = T\text{Ln}\ (\delta_n^2) + n\text{Ln}T$$

که در آن δ_{ij} که عناصر ماتریس Σ_n می‌باشند، مانند قاعده قبلی است و سایر متغیرهای این قاعده نیز مانند قاعده AIC(n) تعریف می‌گردد. همانند قاعده AIC(n) ارزش P(SC) آن درجه‌ای است که SC(n) را حداقل می‌کند. در ادامه بحث تعیین طول وقفه، نظریه‌ای دیگر درباره معیارهای یاد شده وجود دارد که چنین است:

تعیین طول وقفه‌ها به روش دیگر[2]

اولین مسئله در مدل‌های خودرگرسیونی، تعیین طول وقفه است که در این‌باره می‌توان از معیارهای AIC، SBC، HQC استفاده کرد. این معیارها هر کدام دارای دو فرمول می‌باشند که انتخاب طول وقفه بهینه بستگی دارد به اینکه از چه فرمولی استفاده گردد، به این صورت که بر اساس یک فرمول وقفه‌ایی انتخاب می‌گردد که مقادیر این معیارها با استفاده از همان فرمول حداکثر گردد و بر اساس فرمول دیگر مقادیر معیارها حداقل

---

1. Schwarts Criterion

2. Working with Microfit 4.0 - Interactive Econometric Analysis, M. H. Pesaran and B. Pesaran - chapter 18 - Pages 352-354.

شود، برای مثال در نرم‌افزار Microfit باید طول وقفه‌ای که این معیارها در آن وقفه دارای مقادیر حداکثر هستند را انتخاب کرد، به عبارت دیگر، برای تمام این مدل‌ها، انتخاب اندازه معیار مناسب از یک مدل توسط مقدار ماکزیمم شده از تابع درست‌نمایی به‌دست می‌آید و سپس توابع جریمه‌ای (جبرانی) مختلفی را برای محاسبه کردن به کار می‌گیرد.

معیار AIC Akaike Information Criterion

فرض کنید $Ln(\hat{\theta})$ مقدار ماکزیمم شده از تابع لگاریتم درست‌نمایی از یک مدل اقتصادسنجی باشد. جایی که $\hat{\theta}$ یک برآوردکننده حداکثر درست‌نمایی از $\hat{\theta}$ بر اساس یک نمونه به اندازه n خواهد بود. معیار AIC برای این مدل چنین خواهد بود:

$$AIC_t = Ln(\hat{\theta}) - \rho \quad (*)$$

جایی که:

P = بعد (θ) = درجه آزادی پارامترهای برآورده شده

در مورد مدل‌های رگرسیون تک‌معادله خطی (یا غیرخطی) AIC می‌تواند هم‌چنین به طور معادل چنین نوشته شود:

$$AIC_\delta = Log(\hat{\delta}^2) + \frac{2p}{n} \quad (**)$$

جایی که $\hat{\delta}^2$ برآوردکننده ML از واریانس اختلال رگرسیون، u_t به‌دست آورده بوسیله $\tilde{\delta}^2 = e'e/n$ در مورد مدل‌های رگرسیون خطی است. دو فرمول فوق نتیجه یکسانی می‌دهند.

وقتی فرمول $AIC_t = Ln(\hat{\theta}) - \rho$ بکار برده می‌شود مدل با بزرگترین مقدار AIC_t انتخاب می‌شود اما وقتی معیار بر اساس خطای معیار برآورد شده (**) بکار گرفته می‌شود مدل با کمترین مقدار برای AIC_θ انتخاب می‌شود.

معیار SBC Schwarz Bayesian Criterion

SBC تخمین (تقریب) یک نمونه بزرگ در مقابل نسبت برتری (نابرابری) قبلی از مدل‌های تحت ملاحظه را پیش‌بینی می‌کند که چنین تعریف می‌شود:

$$SBC_t = Ln(\tilde{\theta}) - 1/2\ p\ Log\ n$$

در استفاده از SBC از بین مدل‌ها، مدل با بزرگ‌ترین مقدار SBC انتخاب می‌شود. برای مدل‌های رگرسیونی یک متغیره شکل دیگر از فرمول بالا بر اساس خطای معیار برآورد شده از رگرسیون $\hat{\delta}$ چنین به‌دست آمده است:

$$SBC_{\delta} = Log(\tilde{\delta}^2) + (\frac{Log\ n}{n})\ P$$

مطابق این معیار یک مدل انتخاب می‌شود اگر مقدار SBC کمترین باشد.

معیار HQC Hannan - Quinn Criterion

این معیار اصلاً برای انتخاب درجه مدل‌های خود رگرسیونی و میانگین متحرک یا بردار خود رگرسیونی پیشنهاد شده است و چنین تعریف می‌شود:

$$HQC_t = Ln(\breve{\theta}) - (Log\ Log\ n)\ P$$

یا به طور مساوی (در مورد مدل‌های رگرسیونی) خواهیم داشت:

$$HQC = Log\breve{\delta} + (\frac{2Log\ Log\ n}{n})\ P$$

پردازش داده‌ها به روش مدل تصحیح خطا (ECM)[1]

مقدمه

مدل‌های (VAR) که در قسمت قبلی توضیح داده شدند از تفاوت اولیه متغیرهای نایستا استفاده می‌کنند. بنابراین، مقداری از اطلاعات در مورد رابطه بلندمدت بین متغیرها را نادیده می‌گیرند که این گونه اطلاعات در پروسهٔ به‌دست آوردن تفاوت اولیه متغیرها از بین می‌رود.

البته نادیده گرفتن از اطلاعات وقتی مهم است که متغیرهای موجود در سیستم دارای یک رابطه بلند مدت (Cointegration) باشند.

هم چنین داریم وقتی دو متغیر همگرا باشند برآورد رابطه بلندمدت آنها با داده‌های سری زمانی آسان و سرراست و جای نگرانی از وجود رگرسیون جعلی (کاذب) نیز وجود ندارد. البته وقتی از چنین مدلی استفاده می‌کنیم، فرض، وجود یک رابطه بلندمدت ایستا است و از تغییرات دو متغیر و نوع ارتباطشان در کوتاه‌مدت چشم‌پوشی کرده‌ایم.

کندی (1992) می‌گوید این برآورد در نمونه‌های کوچک اریب قابل توجهی دارد.

اندر (1993) نیز با مطالعات مونت کارلو نشان داده است که در نمونه‌های محدود حذف عوامل پویا (تغییرات) از مدل مسئله‌زا است.

حتی اگر چنین مشکل‌هایی نیز وجود نداشته باشد، چنانکه هاریس (1995) شرح

---

1. Error Correction Model (رجوع شود به منبع شماره (۱۱) فارسی)

می‌دهد، باز هم مطلوب است که دگرگونی‌های کوتاه مدت متغیرهای تحت بررسی را ارزیابی کنیم به ویژه آنکه حالت تعادلی که شرایط پایداری و ثبات نظام است به ندرت قابل مشاهده است.

از حیث پیش‌بینی نیز بررسی دگرگونی‌های کوتاه مدت که تعدیلات پویایی نظام را نشان می‌دهد حائز اهمیت است، چون اطلاعات اقتصادی مفیدی قابل حصول خواهد بود.

علت اصلی اینکه حالت تعادلی پایدار به ندرت اتفاق می‌افتد، لذا بنگاه‌های اقتصادی بلافاصله نسبت به اطلاعات جدید واکنش نشان نمی‌دهند (رفتار خود را تعدیل نمی‌کنند) حتی اگر اطلاعات کامل و صددرصد صحیح باشد و این مسئله باعث می‌شود که مقدار جاری یک متغیر وابسته مثلاً y_t در معادله:

$$u_t = y_t - \beta x_t$$

نه تنها تحت تأثیر x_t (متغیر توضیحی) باشد، بلکه از x_{t-1} نیز تأثیر بپذیرد، چون بنگاه مذکور نمی‌تواند در پایان دوره (t-1) با تعدیل صددرصد مقدار x_t را تعیین کند. بنابراین، اثر x_{t-1} هم‌چنان باقی می‌ماند.

علاوه بر این، چون y_t در واکنش به تغییرات حال و گذشته x_t تحول می‌یابد برای اجتناب از وارد کردن وقفه‌های بسیار طولانی x_t در سمت راست معادله، مقادیر وقفه y_t را نیز به عنوان متغیر توضیحی به مدل اضافه می‌کنند.

یک شکل ساده کوتاه‌مدت چنین است:

$$(1)\; y_t = a_0 + \gamma_0 x_t + \gamma_1 x_{t-1} + a_1 y_{t-1} + u_t$$

$$u_t \sim N(0, \delta^2)$$

واضح است که در این مدل γ_0 مقدار واکنش y_t نسبت به تغییرات x_t را در کوتاه‌مدت (دوره t) نشان می‌دهد.

واکنش بلندمدت y_t نسبت به تغییرات x_t با β در مدل بلندمدت زیر نشان داده می‌شود:

$$y_t = \beta_0 + \beta x_t$$

حال اگر نظام به تعادل برسد در مدل (۱) خواهیم داشت:

$$x_t = x_{t-1} \quad , \quad y_t = y_{t-1}$$

و مدل به شکل: $(1 - a_1)y_t = a_0 + (\gamma_0 + \gamma_1)x_t + u_t$

$$y_t = \frac{a_0}{1 - a_1} + \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1 - a_1}x_t + \frac{u_t}{1 - a_1}$$

در خواهد آمد. یعنی اگر داشته باشیم:

$$\beta = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1 - a_1} \quad , \quad \beta_0 = \frac{a_0}{1 - a_1} \quad , \quad v_t = \frac{1}{1 - a_1}u_t$$

خواهیم داشت:

$$y_t = \beta_0 + \beta x_t + v_t$$

به عبارت دیگر، مدل بلندمدت از مدل کوتاه‌مدت قابل استنتاج است، اگر $a_1 < 1$، که این شرکت برای اینکه مدل کوتاه‌مدت به سمت یک حالت تعادلی میل داشته باشد ضروری است.

مدل پویای (۱) با افزودن وقفه‌های بیشتر به راحتی قابل تعمیم است به شکل‌های پیچیده‌تر و اغلب واقع‌بینانه‌تر از حیث فرایند تعدیل. اما این کار مشکلاتی را به دنبال خواهد داشت:

اول آنکه بسیاری از اوقات بین مقادیر جاری و وقفه‌ای یک متغیر هم خطی مرکب[1] وجود دارد. یعنی وقتی مدل را تخمین می‌زنیم اگرچه R^2 بالا حاصل شود ولی آماره‌های t بسیار کوچک دست می‌آید حاکی از آنکه پارامترها معنادار نیستند در صورتی که مدل به درستی تشخیص داده شده و پارامترها باید معنادار باشند. این مشکل وقتی x_t برداری از متغیرها باشد بیشتر می‌شود.

دوم آنکه، برخی با تمامی متغیرها معمولاً ناایستا هستند در این صورت تخمین مدل (۱) چنانکه قبلاً بحث شد خطر رگرسیون جعلی (کاذب) را در پی دارد.

پس مجبور هستیم مدل را با تفاضل‌های مرتبه اول بسازیم و تخمین بزنیم که این راه‌حل نیز همان‌طور که در بحث همگرایی گفته شد، حذف رابطه بلندمدت را نتیجه می‌دهد.

بنابراین محققین، از جمله کندی و اندر راه‌حل را این می‌دانند که برای بررسی رابطه دو یا چند متغیر، مدلی ساخته شود که عوامل بلندمدت و کوتاه‌مدت را جمع کند که به چنین مدلی که هم دربرگیرنده عوامل بلندمدت و هم کوتاه‌مدت باشد مدل تصحیح خطا یا (ECM) می‌گویند.

1. Multicollinearity

فرآیند مدل تصحیح خطا (EMC)[1]

سازوکار تصحیح خطا یک فرآیند تعدیل است که حرکت پویای دو یا چند متغیر را با رابطه تعادلی آنها جمع می‌کند. یعنی تغییرات y_t (یعنی Δx_t) و نیز مقدار عدم تعادل دوره قبل از مسیر بلندمدت توضیح داده می‌شود.

اگر همه متغیرها ناایستا باشند و پس از dبار تفاضل‌گیری ایستا شوند، یعنی همبسته از درجه d باشند (که با نماد $I \sim I(d)$ نشان داده می‌شود) آنگاه، اگر ترکیب خطی از آنها نظیر Z_t همبسته از درجه‌ای کمتر از d یعنی $Z_t \sim I(d')$ و $d>d'$ باشد میان متغیرهای مذکور رابطه بلندمدت (تعادلی) وجود دارد که مدل (ECM) برای متغیرهای فوق چنین تعریف می‌شود:

$$(1)' \quad \Delta y_t = a\Delta x_t + \gamma(\gamma_{t-1} - \beta x_{t-1}) + e_t$$

چون Δy_t و Δx_t هر دو $I(0)$ هستند، یعنی ایستا (چون y_t و x_t همگرا از درجه اول بودند، $(I(1))$.

اگر فرض کنیم e_t دارای فرآیند تصادفی نوفه سفید[2] (به کنش) است، در صورتی مدل فوق نتایج قابل تفسیر خواهد داشت که دو متغیر همگرا با بردار $(1,-\beta)$ باشند. زیرا در این صورت متغیر $(y_{t-1} - \beta x_{t-1})$ یعنی u_{t-1} نیز $I(0)$ بوده و مدل با OLS به خوبی قابل تخمین است زیرا همه متغیرها پایا هستند.

در مدل فوق Δx_t اختلالات کوتاه‌مدت را برای y توضیح می‌دهد، در حالی که جمله تصحیح خطا $(y_{t-1} - \beta x_{t-1})$ یعنی u_{t-1} تعدیل به سمت حالت پایدار را منعکس می‌سازد. اگر نظر آماری معنادار باشد به ما می‌گوید که چه سهمی از عدم تعادل در y طی دوره قبل، در دوره جاری تصحیح می‌شود، به عبارت دیگر γ سرعت تعدیل را نشان می‌دهد.

اگر بخواهیم فرایند کامل‌تر و پیچیده‌تری از این سازوکار داشته باشیم به راحتی می‌توانیم مدل ساده $'(1)$ را تعمیم دهیم تا وقفه‌ای دو متغیره را نیز در برگیرد:

$$A(L)y_t = B(L)y_t + \gamma(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

که $A(L)$ و $B(L)$ عملگر وقفه[3] هستند و ε_t مثل مدل‌های قبل، دارای فرآیند تصادفی نوفه سفید است.

لازم به یادآوری است که برای تخمین یک مدل (ECM) حتماً باید قبلاً ضریب یا ضرایب همگرایی (βیا βها) در دست باشد، چنانکه گفته شد معمولاً این ضرایب با

1. Error Correction Mechanism (رجوع شود به منبع قبلی)
2. Random white Nise Process
3. Lag operator

تخمین معادله رگرسیون همگرایی با برآورد کننده OLS برآورد می‌شود.

اگر چه بجای مدل ایستای: $y_t = \beta x_t + u_t$

یک مدل پویا مانند: $y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i y_{t-1} + \sum_{j=0}^{n} \beta_j x_{t-j} + e_t$

برای برآورد ضریب همگرایی داشته باشیم. ضریب مورد نظر β^* چنین محاسبه می‌شود: $\beta^* = \frac{\sum \hat{\beta}_j}{1 - \sum a_i}$

سپس β^* به عنوان ضریب همگرایی در مدل (ECM) به کار می‌رود.

فرآیند توابع عکس‌العملی آنی[1]

هر مدل (VAR) می‌تواند به عنوان مدل مرتبه اول یا بیشتر، اگر لازم باشد به صورت معادلات اضافی نوشته شود. برای مثال مدل: $y_t = \mu + \Delta_1 y_{t-1} + \Delta_2 y_{t-2} + v_t$

می‌تواند چنین نوشته شود:

$$\begin{vmatrix} y_t \\ \\ y_{t-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mu \\ \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y_{t-1} \\ \\ y_{t-2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_t \\ \\ 0 \end{vmatrix}$$

که یک مدل مرتبه اول خواهد بود. ما می‌توانیم خصوصیات دینامیکی (دینامیسم) مدل را در هرکدام از شکل‌ها مطالعه کنیم، اما مدل دوم مناسب‌تر خواهد بود، چنانچه به زودی مشخص خواهد شد. همانطوری که قبلاً تجزیه و تحلیل شد در مدل:

$$y_t = \mu + \Delta y_{t-1} + v_t$$

اگر ریشه‌های مفسر Δ میانگین کمتر از یک داشته باشند ثبات (تعادل) پویا انجام شده است.

فرض کنید معادله با ثبات (پویا) باشد، تعادل با به‌دست آوردن فرم‌نهایی سیستم ایجاد خواهد شد که با تکرار جانشین‌سازی یا بطور ساده‌تر با استفاده از عملگر وقفه برای نوشتن می‌توان به فرم نهایی رسید.

$$y_t = \mu + \Delta(L) y_t + v_t$$

یا: $[I - \Delta(L)] = \mu + v_t$

---

1. Implus Response Functions, William H. Greene, Econonetric Analysis, Third edition, chapter 17, Page 817-818.

با شرایط ثبات، داریم:

$$\begin{aligned} y &= [I - \Delta(L)]^{-1} (\mu + v_t) \\ &= (I - \Delta)^{-1} \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Delta^i v_{t-i} \\ &= \bar{\mu} + \sum_{i=0}^{\infty} \Delta^i v_{t-i} \\ &= \bar{\mu} + v_t + \Delta v_{t-1} + \Delta^2 v_{t-2} + \dots \end{aligned}$$

ضرایب مربوط به Δ در سیستم، فزاینده هستند.

فرض کنید $v = 0$ برای اینکه y به تعادل y برسد زمان به قدر کافی باید باشد، حال با تغییر یکی از vها برای یک دوره، تزریق یک شوک در سیستم و سپس بازگشت آن به صفر، پس از آن را ملاحظه می‌کنیم. به طوری‌که به زودی دیده می‌شود، y_{mt} از حالت تعادل خارج و سپس با آن حرکت خواهد کرد.

مسیر جایی که متغیرها به حالت تعادل برمی‌گردند، عکس‌العمل آنی از (VAR[1]) نامیده می‌شود. در فرم اتورگرسیو از مدل می‌توان جهش یا نوسان v_{mt} با یک متغیر مخصوص در y_t که y_{mt} گفته می‌شود تعیین و شناسایی نمود. سپس اثر یک شوک زمانی در سیستم dv_{mt} را ملاحظه کرد. در مقایسه با تعادل در دوره جاری خواهیم داشت:

$$y_{mt} - \bar{y}_m = dv_{mt} = \phi_{mm}(0)\, dv_t$$

و در یک دوره بعد:

$$y_{m,t+1} - \bar{y}_m = (\Delta)_{mm}\, dv_{mt} = \phi_{mm}(1)\, dv_t$$

و در دو دوره بعد:

$$y_{m,t+2} - \bar{y}_m = (\Delta^2)_{mm}\, dv_{mt} = \phi_{mm}(2)\, dv_t$$

و غیره چنین خواهد بود.

تابع $\phi_{mm}(i)$ خصوصیات عکس‌العمل آنی متغیر y_m نسبت به تغییر ناگهانی v_t را به‌دست می‌دهد. یک راه سودمند برای توصیف سیستم، ترسیم تابع عکس‌العمل آنی است. از میان اشکال قبلی، اثر یک شوک (تغییر ناگهانی) در v_t بر روی متغیر m دیده می‌شود. همچنین می‌توان اثر یک تغییر ناگهانی زمانی v_t روی متغیر m را امتحان و بررسی نمود.

تابع عکس‌العمل آنی چنین خواهد بود:

$$\phi_{ml}(i) = \text{element } m.l \times \Delta^i$$

1. Implus Response of VAR

منابع و مآخذ

فارسی

۱. ابریشمی، حمید (ترجمه)، مبانی اقتصادسنجی، تهران: انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۸۱.
۲. توکلی، اکبر، اقتصادسنجی، تهران: انتشارات جهاد دانشگاهی، ۱۳۷۰.
۳. توکلی، احمد، تحلیل سری‌های زمانی همگرایی و همگرایی یکسان، مؤسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی، مرداد ۱۳۷۶.
۴. درخشان، مسعود، اقتصادسنجی، جلد اول، تک معادلات، فروض کلاسیک جزء اول و دوم، تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، ۱۳۷۴.
۵. دیوید ام، لیلین / رابرت ای، هال / جک جانسون، راهنمای استفاده از Micro TSP، ترجمه رامین پاشایی فام، تهران: نشر نی، ۱۳۷۵.
۶. عرب مازار، عباس، اقتصادسنجی عمومی، تهران: انتشارات کویر، ۱۳۶۹.
۷. کیانی، کامبیز هژبر، اقتصادسنجی و کاربرد آن، تهران: انتشارات بخش فرهنگی جهاد دانشگاهی دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۶۸.
۸. مجموعه مقالات سمینار پولی و ارزی، بانک مرکزی، مؤسسه تحقیقات پولی و بانکی، دوره‌های مختلف.

انگلیسی

1. Apostolos, Serletis. (1994) A cointegration analysis of petroleum future prices, Energy Economics, 16, 93-97.
2. Dickey, D.A. and Fuller, W.A.(1981) Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, Econometrica, 49,1057-72.
3. Enders,Walter, Applied econometric time series, John Wiley and Sons, Inc.
4. Engle, R.F. and Granger, C.W.J. (1987) Co-integration error correction: representation, estimation, and testing, Econometrica, 55,251-76.
5. Granger C.W.J (1969) Investigating causal relations by econometric models and cross - spectral methods, Econometrica 37, 424-438.

6. Greene William. H, Econometric Analysis, Third Edition, New York University.

7. Griffiths W.E, and Others, Learning and Practicing Econometrics, (1993), John Wiley and Sons, Inc.

8. Gujarati Damodar N, Basic Econometrics, (1995), McGraw Hill, Inc.

9. Harvey, A.C (1993) Time Series Models, Second Edition,Cambridge, Massachusetts.

10. Johansen, S. and .luselius, K.(1990) The full information likelihood procedure for inference on cointegration - with applications to the demand for money, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 52,169-210.

11. Johansen, S.(1988) statistical analysis of cointegration vectors, Journal of Economic and Control, 12, 231-54.

12. Judge George. G, and Others, Introduction to the theory and practice of econometris, (1988), John Wiley and Sons.

13. Jung. C and Boyd. R (1996) Forecasting U.K. stock prices, Applied Financial Economics, 6, 279-286.

14. Lutkepohl Helmut. Introduction to multiple time series analysis, (1990), Springer - Verlag.

15. Pesaran M.H & Pesaran. B , Working with Microfit 4.0 , Interactive Econometric Analysis (1997), Cambridge, English.

16. Pindyck. R.S, and Rubinfeld,D.L, Econometric models and economic forecasts, (1998), Irwin, McGraw - Hill.