

# صدقهای منطقی و ریاضی

جی. ای. تیلز

ترجمه از همایون همتی



## منطق و جایگاه آن در فلسفه

در تاریخ غرب نخستین مردانی که خود را به عنوان فیلسوف معرفی کردند افلاطون و ارسطو بودند. معاصران ایشان به مردم پیشنهاد آموزش علم سخنوری و مهارت‌های مغالطه را می‌دادند. و افلاطون و ارسطو خود را از ایشان متمایز می‌کردند. نه تنها آنها آموزش چنین مهارت‌هایی را رد نکردند بلکه به طور واضح عقیده داشتند که سوال‌هایی مثل "چه موضوعاتی از حقایق فکر مردم را تغییر می‌دهد" باید تحت الشعاع این نوع سؤال‌ها قرار بگیرد که "چه چیزی باید فکر مردم را تغییر دهد". برای آنان این موضوع به لحاظ عقلی نوعی بی‌صداقتی به نظر می‌رسید که به جای ارایه دلایلی به مردم که آنها را وادار به مقاعد شدن سازد تنها به مساله مقاعد شدن مردم توجه شود.

به عبارت دیگر از زمان آغاز تاریخ فلسفه، فلسفه با این عقیده شناخته شد که دلایل و استدلال‌های بهتر و بدتر وجود دارند. البته منظور از خوب به معنای "مؤثر در تغییر فکر

مردم" نیست. با این عقیده بود که معلوم گشت فلسفه تنها پرداختن به پیشبرد استدلال‌های بهتر نیست، بلکه تلاشی است برای شناسایی چنین استدلال‌هایی و بیان آنچه که آنها را ممتاز می‌گرداند. منطق به این معنا یکی از حوزه‌های علائق فلسفی است و هر جا که این اصطلاح به کار رود تقریباً با فلسفه هم معنی و متراffد شمرده می‌شود. با وجود این یک راه برای کشف تفاوت بین استدلال‌های خوب و بد وجود دارد که به طور قابل ملاحظه‌ای زمینه علاقه را محدود می‌کند. و اگر منطق را پیروی از این راه بدانیم حوزه منطق را هم متقابلاً محدود کرده‌ایم آیا یک استدلال باید یا نباید یک شخص را به مغالطه بیندازد؟ آیا دلایل ارایه شده خوب یا بد هستند؟ بستگی به این دارد که آیا مقدمات یک استدلال درست هستند؟ یا نظراتی که به دنبال یک سلسله مقدمات به دست می‌آیند مقبولند یا به عبارت دیگر می‌توان آنها را پذیرفت. اما با وجود این، شاید مقدمات مقبول باشند، ولی بسی ربط باشند یا از نظر انتاج بسیار ضعیف باشند. لذا برای رسیدن به شناخت منطق به طور کلی باید سوالهایی را که راجع به صدق یا در مورد پذیرش بدون مقدمات یک استدلال است کنار بگذاریم. و پرسیم آیا اگر آن شرایط صادق یا در خور پذیرش بود هر کسی باید نتیجه را پذیرد؟ وقتی شخص پاسخ مثبت به این سوال می‌دهد مهم ترین دلیلی که ارایه می‌دهد تذکر این نکته است که، هر کسی که مقدمات را پذیرفت، بلاfacسله به دنبال آن نتیجه را تصدیق می‌کند. وقتی که شخص به سبب مقدمات نتیجه را می‌پذیرد و وقتی نتیجه را استنباط می‌کند آنچه را که به طور تلویحی در مقدمات آمده است استنباط می‌کند. (توضیح این نکته در زیر خواهد آمد) چنین استنباطی در قرن نوزدهم توسط فیلسوف و منطق‌دان امریکایی چارلز ساندرز پرس، "استنباط تبیینی"<sup>۲</sup> نامیده شد.

همه استنباط‌هایی که ما بر اساس استدلال بنا می‌کنیم و می‌خواهیم که بر مبنای عقلانی آنها را دسته بندی کنیم (در مقابل استدلال‌های خطابی) استنباط‌های تبیینی نیستند. در بسیاری از استدلال‌ها، نتیجه حاوی ادعایی است که این ادعا کاملاً فراتر از مقدمات استدلال است. پرس نتایج مهم از چنین استدلال‌ها را به عنوان توسعی<sup>۳</sup> دسته بندی کرده است. استدلال‌های توسعی شامل انواع استقرایات می‌شوند، یعنی استدلال‌هایی که طبق مشهور از سرشماری محض پدید می‌آیند. برای مثال ما نمونه‌هایی از مردم را مشاهده می‌کنیم که یک بیماری دارند و سپس می‌یابیم که در خون همه آنها پادگن کامل دارند و ما نتیجه می‌گیریم که در خون همه اشخاص بیمار (حتی آنانی که هنوز مورد بررسی قرار نداده‌ایم) در پادگن بیماری موجود است. به روشنی در می‌یابیم که نمونه‌هایی از این نتیجه پوشیده مانده‌اند آنها که ما هنوز

آزمایش نکرده‌ایم و آنها که در این مقدمات نیز نیامده‌اند. چگونگی اعتبار عقلی این نوع از استدلالات منطقی به تعداد مواردی که ما امتحان کرده‌ایم بستگی دارد. مهم‌تر این که چون این گونه استدلال‌ها تعیین می‌کند که پیش از نتیجه‌گیری، چند نمونه برای بررسی باید مورد آزمایش قرار گیرند و این بستگی دارد به احتمال این که چقدر ارتباط بین چیزهایی که ما مشاهده کرده‌ایم وجود دارد. اگر در بایس افرادی که یک بیماری مخصوص دارند همه آنها در ششم این ماه یا هر ماه دیگری از سال متولد شده‌اند مشکل می‌توان از این استدلال نتیجه گرفت که همه مبتلایان به این بیماری در ششم هر ماهی متولد شده‌اند تعدادشان بی‌شمار باشد. حتی اگر قدرت یک استدلال توسعی مانند نمونه به یقینی بودن راهی بستگی دارد که علم ما پشت گرم به آن راه است، و اگر علم و دانش ما تغییر کند، ارزیابی ما از قدرت این استدلال نیز تغییر می‌کند بنابراین اگر چه ما می‌توانیم شکل‌های استنباط توسعی را مقایسه و دسته‌بندی کنیم مثل انواع مختلف استقراء، استنباط‌های مبتنی بر بهترین تبیین و استنباط‌های مبتنی بر احتمال اما، نمی‌توانیم اعتبار آنها را به طور مستقل از موضوعاتشان بررسی کنیم. یعنی حدی که یک شخص با پذیرش مقدمات یک استدلال عقلاً مجبور به پذیرش نتیجه آن می‌شود. استدلال‌های تبیینی با هم متفاوتند. ممکن است یک استنباط بدون علم به هیچ کدام از مفاد آن مورد آزمایش صدق و کذب واقع شود و با اطمینان گفته شود که آن بدون هیچ شرطی معتبر است یا نه، یعنی وقتی یک شخص مقدمات را تصدیق می‌کند، نمی‌تواند از پذیرش نتیجه ابا کند. این کار می‌تواند با توضیح این نکته نشان داده شود که پذیرش مقدمات و رد نتیجه یعنی نقض کردن خود، یعنی وقتی شخصی مقدمات را تصدیق می‌کند در واقع خودش نقیض نتیجه را رد کرده است. بنابراین وقتی تصدیق می‌کند که بعضی از پستانداران شکارچی هستند و این که همه پستانداران به بجهه‌هایشان شیر می‌دهند نمی‌تواند بدون نقض کردن خودش رد کند که برخی از موجودات شیرده شکارچی هستند. استدلالی را که بدین گونه و بدون اتصاف به چیزی صادق است می‌گویند صدق استنتاجی دارد. پرس‌تنها یک نوع از استدلال‌های توسعی و آن را هم به عنوان صدق استنتاجی معرفی نمود. بررسی اعتبار قیاسی نقطه شروع نظریه منطقی است، چون صدق قیاس‌ها آن کمال مطلوب را به طور تقریبی به وجود می‌آورد (که آن کمال عبارت است از بررسی قیاسی که باید به طور عقلانی و به اندازه مقدمات قابل قبول یک شخص را کاملاً مطیع کند). و چون صدق قیاس‌ها به طور تقریبی می‌تواند از راه تمرکز کلی بر روی شکل یک استدلال مورد مطالعه قرار بگیرد.

در برآهینی که یک شکل صحیح دارد هر آنچه که مقدمات تشکیل دهنده قیاس و نتیجه می‌گوید - چه صحیح و چه غلط - صادق است.

### نظریه‌های مربوط به اعتبار استنتاج‌های قیاسی

برای روشن کردن یک نوع از شکل صدق قیاس‌ها باید مثال پاراگراف بالا را که درباره پستانداران بود با استدلال زیر مقایسه کنیم که می‌گوید:

برخی مردم اسراف‌کار هستند" و "همه مردم مقدس هستند" پس "برخی مقدس‌ها اسراف‌کار هستند" هر دو استدلال یک شکل دارند:

برخی الف‌ها ب هستند

همه الف‌ها ج هستند

برخی ج‌ها ب هستند

قیاس به این شکل صادق است (اگر چه در مقال دوم یک مقدمه کاذب دارد). البته صدق آنها به این حقیقت که لغات مختلف شکل دهنده آن الف، ب و ج است و با الف و ب شروع می‌شود بستگی ندارد. این مساله چاره‌اندیشی درستی است برای فهم این مطلب که نه تنها یک استدلال دو مقدمه دارد بلکه دقیقاً سه حد دارد. از این سه حد یکی در هر مقدمه تکرار می‌شود (الف به عنوان "حد وسط") و دو حد دیگر در هر مقدمه می‌آید و در نتیجه هم می‌آید. استدلال‌هایی که چنین شکلی دارند و در مجموع هر جایی که دو مقدمه و یک نتیجه باشد یکی از این چهار شکل است: همه الف‌ها ب است، برخی الف‌ها ب نیستند، هیچ الفی ب نیست. برخی الف‌ها ب نیستند. اینها به عنوان قیاس اقترانی<sup>۴</sup> شناخته می‌شوند (دقیقاً در عبارت ارسسطو دو قیاس) اولین تلاش ارسسطو در جهت تبیین صدق قیاس‌ها بود و از راه دستاوردهای او بود که صدق شکل‌های قیاس اقترانی روشن شد و معلوم شد که قیاس‌های اقترانی دسته مهم استدلالات هستند. و این قیاس‌ها می‌توانند به صورت یک زنجیره به هم پیونددند (به طوری که نتیجه یک قیاس، مقدمه قیاس دیگر باشد) و بیشتر آنچه را که مردم در دلایل عادی مشکل می‌یابند می‌تواند به وسیله تئوری قیاس‌ها روشن شود.

اما صدق یا گونه دیگر یک برهان به آنچه که در حدّها وجود دارد، بستگی دارد، یعنی آنچه که در این جا حد نامیده شد که بین چند جمله به کار رفته برای بیان استدلالی مشترک است. مدت زیادی از این مساله گذشته است. مخصوصاً توسعه فلسفه رواقی که چند نسلی بعد از ارسسطو می‌زیسته‌اند تشخیص داده شده است که صدق قیاسی برخی استدلال‌ها به تکرار

کل جمله در دیگر جملات بستگی دارد.

بنابراین در میان این جمله که "هاریسون یا در حال رسیدن به نیویورک یا بالتیمور است." در عمل دو جمله است "هاریسون در حال رسیدن به نیویورک می‌باشد" و "هاریسون در حال رسیدن به بالتیمور می‌باشد." که هر کدام از این دو جمله توسط کلمه "یا" به هم ملحق می‌شوند. اگر ما یک مقدمه بیفزاییم (البته برای برخی قیاس‌ها) که "هاریسون در سرزمین نیویورک نمی‌باشد" از طریق استنتاج قیاسی استنباط می‌کنیم که او به بالتیمور خواهد رسید. این نمونه و نمونه‌های دیگر استدلال که به چگونگی حدّهایی که به تنها‌یی و به خودی خود نمی‌توانند به عنوان حکم باشند بستگی دارد. برای مثال این شکل استدلال "الف ب است یا ج، اما ب نیست" رفع مقدم که ماتالی را نتیجه می‌گیریم، این نمونه‌ها را نمی‌توان طبق نظریه قیاسی تبیین نمود و تا مدت طولانی مورد غفلت واقع شده و یا توسط منطق‌دانان که عقیده داشتند نظریه قیاسی نمی‌تواند اصلاح شود، به صورت استعجالی (ارتجالی) با آن برخورد می‌شد. نظریه قیاسی در بحث از استدلال‌هایی که شامل نسب هستند نیز ناتوان است مانند: نسبت مالکیت از قضیه "هر روستایی یک دام دارد و قضیه همه دام‌ها نازا هستند". ممکن است به نحو معتبری چنین نتیجه بگیریم که "هر روستایی یک حیوان نازا دارد" اما از "هر گوسفند دو شاخ دارد" و "هیچ شاخی شیبور نیست" نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که "هیچ گوسفندی شیبور ندارد". منطق‌دانان خودشان را برای تبیین اعتبار بکار رفته در تئوری ارسطو ناتوان دیدند. اما از قرن هفده به بعد بر اهمیت استدلال‌هایی از این دست در ریاضی، روز به روز افزوده می‌شد. سرانجام در قرن نوزدهم منطق‌دان و فیلسوف آلمانی فرگه نظریه‌ای عرضه کرد که هم قیاس‌های ارسطویی را و هم استدلال‌های سازمان یافته رواقی را و هم آن استدلال‌هایی را که به قدر کافی قدرت بحث از استدلال‌های نسب را شامل می‌شود با هم ترکیب کرد. منطق جدید کار فرگه را به عنوان نقطه عزیمت خود قرار می‌دهد. منطق‌دانان مختلف رویکردهای متفاوتی را نسبت به سوال از این که چه چیزی اعتبار قیاسی یک شکل را به وجود می‌آورد؟ به کار گرفته و ادامه دادند.

اگر به بیان این که چه چیزی ارزش صوری قیاسی است که در بالا ذکر شد تاکید شود، ارسطو ارزش آن را با توصل به دیگر شکل‌های قیاس که او صدق آنها را بدیهی می‌دانست ثابت می‌نمود. مانند این شکل که هر الفی ب است و بعضی ب ها ج هستند. بنابر این برخی الفها ج هستند. او همچنین باید به استدلال‌های بی‌واسطه متوصل شده باشد. مانند این که "برخی الفها ب هستند" که ممکن است مجدداً همان‌طوری که او به عنوان صدق بدیهی

توجه کرده، نتیجه بگیریم "برخی ب‌ها الف هستند". این روش نشان دادن چگونگی صدق برخی شکل‌های قیاس مبتنی بر این واقعیت است که تعداد کمی از شکل‌ها آشکارا با ارزش تلقی شده‌اند و نزدیکی روشی با اصول متعارفه ریاضی دارند یعنی جایی که قابل تصدیق بودن تعدادی از قضایا با تکیه بر چند اصل متعارفه‌ای که به بداهت صحیح هستند (یا حداقل از جهت ریاضی قابل قبول هستند) نشان داده می‌شود. هم اکنون چنین رویکردی به منطق و صدق‌ها استنتاج طبیعی<sup>۵</sup> نامیده شده است. روش دیگر برای نشان دادن صدق یک استدلال در قرن نوزدهم توسط جان ون پدید آمد. بسیاری از مردم صدق قیاس‌ها را به وسیله نمودارهای ون محک زده بودند. این نمودارها روشی برای اثبات یک صورت فضایی از همه انواع محتملی است که توسط حدود یک استدلال قیاسی به وجود آمده‌اند. این روش شخص را قادر می‌سازد که از طریق بررسی بصری تصمیم بگیرد که آیا اگر مقدمات یک قیاس صادق بود نتیجه‌اش می‌تواند کاذب باشد، اگر چنین امکانی نباشد قضیه صادق است. نمودارهای ون تشکیل‌دهنده چیزی است که رویکرد معنایی به صدق قیاس‌ها نامیده می‌شود و می‌تواند به قالب یک قیاس درآید. یک چنین رویکردی صدق را با ملاحظه همه راه‌هایی که در آن راه‌ها تفسیر یک شکل از قیاس امکان دارد بررسی می‌کند یعنی یک قیاس را به عنوان ترتیب صوری خالص انواعی از اجزای زمانی در نظر می‌گیرد. دیگر شیوه‌های معنایی رایج که با آن رو به رو شده‌ایم جدول صدق<sup>۶</sup> است. (برخی کتاب‌های منطقی تعبیر جالبی را در مورد مفهوم جدول صدق به کار می‌برند که به عنوان تابلوی سماتیک شناخته شده است). برخلاف نمودارهای ون، جدول‌های صدق در مورد قضیه‌هایی به کار می‌رود که صدقشان به جای این که به ساختار اصلی حدود بستگی داشته باشد به ساختار جمله بستگی دارد. جدول‌های صدق مانند نمودارهای ون تبیین جامعی در مورد یک دسته مخصوص از احتمالات ارایه می‌دهد. احتمالات ارایه شده در نمودارهای ون، کل ترکیب یافته‌ای از چیزهایی است که می‌توان درباره کسی که سه حد موجود در یک استدلال مورد آزمون را به کار می‌برد مطرح ساخت.

احتمالات ارایه شده در یک جدول صدق همه راه‌هایی است که صدق و کذب مقدمات و نتیجه می‌تواند با صدق و کذب کوچک‌ترین اجزای حمله تغییر بیابد. چنین موردی مثل مورد آزمایش نمودار ون شخص را قادر می‌سازد که در پایان تصمیم بگیرد که آیا ممکن است که مقدمات صادق باشند و نتیجه کاذب، اگر چنین اتفاقی ممکن نباشد درست مثل آزمون برنامه ون استدلال صادق است.

یک مصدق دیگر از عقیده جدول صدق توسط منطق دان لهستانی قرن بیستم تارسکی

کشف شده که برای چارچوب منطقی سیار نیرومندی که فرگه تمهید کرده بود یک تفسیر معنایی اثبات کرد.

هر چند نظر منطق دانان در مورد این که آیا رویکرد استنتاج طبیعی به صدق قیاسی نزدیک است یا رویکرد معنایی - با یکدیگر متفاوت است تعدادی از آنها کاملاً آمادگی دارند که دیگران را نادیده بگیرند.

یک رویکرد استنتاج طبیعی برای طبقه‌بندی و تفسیر شکل‌های منتج وسیله کاملی است، ولی آنچه که یک منطق دان را به سوی بحث در مورد یک شکل منتج راهنمایی می‌کند این است که آن شکل برخی شرایط صفات قضیه را مانند صدق و اثبات‌پذیری به روش ریاضی حفظ کند (این که گفته شد آن شکل شرایط را حفظ کند بدین معنا است که شکل قیاس تضمین کند که اگر مقدمات همه آن شرایط را دارا بودند نتیجه نیز حاصل شود). مطلب که چه چیزی را باید پیشگام نظریه منطقی دانست مانند منطق موجهات<sup>۷</sup> (مطالعه و بحث از مفاهیم امکان و ضرورت) و این بحث منجر می‌شود به منطق زمان<sup>۸</sup> (بحث از مفاهیم زمان‌مند) که منطق دانان آن را هم یک تفسیر استنتاج طبیعی و هم معنایی از صدق می‌شمارند. پس هدف تمهید یک برهان تمامیت است. یعنی نشان دادن این نکته که اگر صدق و اعتبار تحت یک تفسیر باشد تحت دیگری نیز هست. همچنین رویکردهای مختلف منطق دان را با راه‌های مختلف توجه به ناخرسنی نسبت به تفسیرهای موجود مهیا می‌سازند.

### صدقهای منطقی

بررسی‌های مربوط به اعتبار قیاسی استدلال‌ها نشان می‌دهند که نتیجه قیاسی مثل  $C$  به طور قیاسی از مقدمات ۱ و ۲ و ۳ و ... به دست می‌آید.

این مطلب اکنون به طور رایج به وسیله علامت — نشان داده می‌شود، پس :

$$P_1 \text{ و } P_2 \text{ و } P_3 \text{ — } C$$

اگر این گونه بیندیشیم که هدف نخستین هر تلاش نظری متوجه بیان صدق است و منطق یک چنین تلاشی است آن گاه این نکات همان صدق‌های منطقی خواهند بود. با وجود این صحبت درباره صدق‌های منطقی سوال‌هایی را ایجاد می‌کنند که می‌فهمانند چه نوع از صدق‌ها وجود دارند. رویکردی را که تا اینجا پیش گرفته‌ایم از طریق صدق الگوهای معین استنتاج یا صورت‌های استدلال، نشان می‌دهد که حقایق منطق اصول عادی و به هنجار هستند که آنچه را که ساختار خوب یا استدلال صحیح است معین می‌کنند. هر کس مقدمات یقینی را

پذیرد و نتیجه‌ای را که پیامد شکل صادق آنهاست رد کند، مرتكب خطای در عمل شده است. چنین راهی برای نگرش در منطق برخی فیلسوفان را به طور واضح ناراحت می‌سازد. فیلسوفانی هستند که می‌خواهند به دقت بین واقعیت<sup>۹</sup> و ضابطه و قاعده<sup>۱۰</sup> و بین توصیف<sup>۱۱</sup> و تجویز<sup>۱۲</sup> فرق بگذارند. این فیلسوفان تاکید می‌کنند که منطق درباره آنچه که یک انسان انجام می‌دهد و یا باید انجام دهد نیست، بلکه درباره رابطه‌های استلزماتی موجود میان جملاتی که مردم برای صحبت کردن به کار می‌برند یا گزاره‌هایی که عناصر اندیشه‌های آنها را می‌سازد بحث می‌کند. این که آیا یک شخص هنگام حرکت از یک فکر به فکر دیگر یا حرکت از یک قضیه به قضیه دیگر از این رابطه‌های استلزماتی پیروی می‌کند یا در پیروی از آن دچار خطا می‌شود هیچ ربطی به منطق ندارد. نگاه به حقایق منطقی به عنوان هنجارهای عمل استنباط شخص را به تقدم بخشیدن به رویکرد استنتاج طبیعی به صدق نسبت به رویکرد معنایی می‌کشاند. و اگر به حقایق منطقی با این دید نگاه شود که آنها را به عنوان گزارش‌های حاصل میان جملات یا افکار بدانیم شخص را به این موضوع متمایل می‌سازد که رویکرد معنایی تقدم دارد. بنابراین این تلاش برای یافتن یک تفسیر معنایی معادل با برخی تفسیرهای استنتاج طبیعی موجود یا بر عکس، بعضی اوقات در اثر تمایل شخص به بازگویی مطالب بر اساس تعبیرات خودش و ادعاهایی که از نظر منطقی با دیدگاه‌های شخص تعارض دارد پدید می‌آید. همچنین صحبت کردن از صدق این سوال را پیش می‌آورد که بر اساس چه چیزی حقایق منطقی خودشان صادقند؟ در پاسخ به این سوال همه طرفهای بحث بالا می‌توانند حداقل موافق باشند که چنین حقایقی بر اساس اعتبار قیاسی شکل‌های استدلال صادقند و این که ارزیابی ما از صدق یا کذب یک جمله خبری منطقی به تفسیر ما از صدق بستگی دارد. به همان اندازه که یک شخص بر اساس صدق استدلال‌ها به مسایل روی می‌کند تا حد قابل توجهی از سردرگمی غیرضروری پرهیز خواهد کرد. اگر ما صدق جملات کاملاً عادی را برسی کنیم مانند این که برخی گیاهان مخروطی برگ‌ریز هستند و بریتانیایی‌ها به زودی به تغییر محل احتیاج پیدا می‌کنند یا تابستان گذشته برخی از آنها به طور غیر عادی خشک بودند آیا می‌توانیم سریعاً تصور کنیم چنین جملاتی صادقند یا کاذب و آیا می‌توانیم به سرعت به آن جنبه‌های جهان طبیعت که در این جملات آمده بر اساس صدق و کذب آنها پی بریم؟ به هر حال به نظر نمی‌رسد که حقایق منطقی، پاسخ‌گوی مستقیم به تشخیص سریع جنبه‌های جهان طبیعت باشند. به همین دلیل شروع به صحبت از صفات منطقی جهان یا احتمال یک جهان منطقی جداگانه بر اساس حقایق منطقی و این که ما دارای قوای

عقلانی مخصوصی برای درک این حقایق هستیم کاری فربینده است. اندیشه درباره حقایق منطقی به این روش غریب است که با چند عامل تقویت می‌شود. یکی از آن عوامل این است که بسیاری از جملات خبری که منطق‌دان درباره ارزش قضایای شخصی می‌سازد می‌تواند مانند گزاره‌های حقیقی عادی مطرح شود. در عمل همه جملات خبری که نتیجه یقینی مقدمات داده شده است می‌تواند به صورت شرطی به حساب آید. بنابراین یکی از مثال‌های به کار رفته در بالا می‌تواند به این شکل بیان شود که «هاریسون یا در نیویورک است یا بالتیمور و او در نیویورک نیست بنابراین باید در بالتیمور باشد». این قضیه شباخت زیادی به این قضیه دارد که «اگر در یک ماهی تابه چرب خیلی داغ، قطرات آب بیفتد، این مخلوط صدایی خواهد داد و چکه چکه می‌شود». اما به وضوح صدق یا کذب قبلی مثل این مثال اخیر به جهان پاسخ نمی‌دهد.

علاوه بر این به نظر می‌رسد برخی از صدقهای منطقی نه این مطلب را بیان می‌کند که نتایج یقینی می‌توانند از مقدمات داده شده نتیجه گیری شوند و نه حتی یک صورت شرطی دارند. برخی از حقایق منطقی در اثر این که انکار آنها به نوعی نقیض خودشان است پدید می‌آید. برای مثال هر جمله خبری که این صورت را دارد: هر چیزی که الف و ب است الف است. «روباه موئث، موئث است» که این طور است. دیگر مثال‌ها در نگاه نخست آگاهی بخش‌تر از این مثال‌ها نیستند، اما با وجود این ممکن است گمان شود که آنها اصول مهم‌تری را ترسیم می‌کنند. مشهورترین این اصول، اصل «عدم تناقض» است: «این طور نیست که P صادق باشد و نقیض P هم صادق باشد» و قانون ارتفاع نقیضین: «یا P صادق است یا نقیض P و در هر مورد P می‌تواند توسط یک قضیه مصادقی جایگزین شود». این جملات خبری بدون هیچ شرطی صادق (معتبر) هستند. این می‌تواند معیاری باشد، فعلاً از مناقشه‌هایی که در این مورد مطرح می‌شود برای تشخیص صدق همه این گونه جملات صرف نظر می‌کیم، ولی ما نمی‌توانیم فکر کنیم که این صدق‌ها به وسیله آزمایش به همان شیوه‌ای که درختان، جویبارها و افتادن آب در ماهی تابه داغ را می‌توان فهمید مورد ادراک قرار گیرند. به جای وسوسه شدن به بحث درباره حقایق منطقی و قوای عقلانی لازم برای درک آنها، شایان توجه است که بینیم به طور کلی یک منطق‌دان چگونه یک استدلال را اثبات می‌کند.

تاکنون دریافتیم که در مواردی که یک منطق‌دان رویکرد معنایی را برای ارزش و صدق در نظر می‌گیرد این رویکرد مستلزم ارایه تفسیر جامعی است از گستره احتمالات و تفسیری

که ما را قادر به بررسی این مطالب نماید که آیا ممکن است مقدمات صادق باشند و نتیجه کاذب، این تفسیر از صدق می‌تواند برای هر قضیه شرطی به کار آید (که آیا امکان دارد مقدمات شرط صادق باشند و نتیجه شرط کاذب؟) و همان تفسیر ممکن است ما را قادر سازد برای بیان این که یک صورت قضیه مصداقی (نه شرطی) نمی‌تواند کاذب باشد. بنابراین از تفسیر همه راه‌های ممکن صدق و کذب، یک جمله پیچیده متوجه می‌شود که ممکن است با صدق و کذب کوچک‌ترین جمله ترکیب دهنده تغییر کند. (همان تفسیر مجسم در جدول فنی صدق) یعنی هر چیزی که صورتی از بیان اصل عدم تناقض یا ارتفاع تقیضیں دارد نمی‌تواند کاذب باشد. بنابراین اگر ما پرسیم چه خصوصیتی باعث می‌شود که چنین جملاتی صادق باشند؟ یا آنها چگونه هستند که ما می‌توانیم آنها را به عنوان صدق پذیریم این سوال‌ها باید به تبیین اعتبار مربوط به مدعیات صدق اشاره کنند. ثبات صدق دارد به این معنی نیست که پاسخ‌گویی به آن بسیار آسان و مطمئن خواهد بود. تفسیر احتمالات که مبنای تبیین صدق است نمی‌تواند موجب پیدایش همه نوع مساله‌ای بشود. اما حداقل هر سوالی به فضایی که آن مسایل در آنجا شکل گرفته‌اند دلالت خواهد داشت.

## امکان منطق و تحلیل منطقی

منطق تنها دانشی نیست که کشف کند چه چیزی محتمل است و چه چیزی احتمال ندارد. برای مثال دانش شیمی توضیح می‌دهد که چگونه و چرا ممکن است عناصر شیمیایی خاص ترکیب شده و موجب پیدایش ترکیبات تازه شوند. برخی از ترکیبات ممکن نیستند چون ساختمان اتم‌های تشکیل دهنده این اجازه را نمی‌دهد. اما احتمالات و امور محالی که دانش شیمی آنها را کشف می‌کند با احتمالات منطقی تفاوت دارند. دانش شیمی می‌تواند به ما بگوید با توجه به قوانین حاکم بر جهان چه چیزی ممکن یا محال است، اما دیگر نشان نمی‌دهد که این قوانین می‌توانسته‌اند متفاوت از آن چیزی باشند که هستند در نتیجه ترکیب‌های احتمالی متفاوتی هم پدیده بیایند یا نه.

وقتی که یک منطق دان اظهار می‌کند که امکان ندارد مقدمات یک استدلال درست باشند و نتیجه کاذب باشد این نظریه بدون هیچ قيد و شرطی فرض بر این است که مفهوم این امتناع نامشروع بوده و مقید به هیچ یک از واقعیت‌های جهان طبیعی که می‌تواند متغیر باشد نیست. آن چیزی که ما در تصورمان از ناممکن بدون هیچ قيد و شرطی داریم چیست؟ در بخش تئوری‌های مربوط به توان استنتاجی، در بالا ملاحظه کردیم که شخص می‌تواند به طور معتبر

از مجموعه جمله‌هایی نتیجه‌گیری کند که قبل از جملات را پذیرفته است و اگر آنها را انکار کند در ورطه تناقض خواهد افتاد. این اصل همیشه بدون مناقشه مورد قبول قرار نگرفته است. پیروان فیلسوف ماقبل سقراط، هراکلیتوس، عقیده داشتند که جهان طبیعت می‌تواند حاوی تناقضات باشد، بنابراین عقایدی که با هم تناقض دارند همگی می‌توانند صادق باشند (و در دوران جدید برخی از پیروان هگل نیز چنین عقیده‌ای داشتند) خود ارسطو به اجبار علیه طرفداران هراکلیتوس و دیگران استدلال کرد که تناقض نمی‌تواند صادق باشد. استدلال او مبتنی بر لزوم معناداری سخنان بود. در واقع او استدلال می‌کرد که تناقض معنای سخنان را از بین می‌برد. این روش هدایت بحث نشان می‌دهد چگونه منطق‌دان می‌تواند به استحکام مفهوم امتناع نامشروع امیدوار باشد، یعنی با تشخیص این مطالب که پرهیز از تناقض (حداقل در ظاهر) یکی از شرایط هر بحث و فکر معنی داری است، هر چه که باشد. چرا که قانون عدم تناقض و بدین‌سان مفهوم امتناع نامشروع را می‌توان درباره تناقض‌ها گفت که منطقاً محال هستند. از آنجاکه هیچ اصل با اعتبار معادلی برای تعیین این که امتناع نامشروع چیست وجود ندارد مفهوم عاری از تناقض بودن به طور عادی مطابق با مفهوم منطقاً ممکن به شمار رفته است. اگر گروهی از جملات خبری که حاوی تناقضی هستند همگی نمی‌توانند صادق باشند پس یک راه مطمئن برای این که گروهی از گزاره‌ها تناقضی را ایجاد نکنند این است که شرایطی را بیاییم (در عمل) که در آن شرایط همه این جملات صادق باشند (این همان اصلی است که می‌گویند تحقق یک چیز موجب اثبات امکان آن است). با این وجود هر کس نیاز به این دارد که از اصولی آگاهی بیشتر کسب کند که آن اصول شرایطی را ایجاد می‌کند که در آن شرایط صدق همه گزاره‌ها ثابت شود و گزاره‌ها به دور از هر تناقضی باشند و از این رو یک امکان منطقی راکشف کند. مطمئناً مشکل است که شخصی برخی چیزها را تصور کند که می‌داند آنها مستلزم تناقضند. به عنوان مثال دایره مریع، اما برخی چیزها تصورشان به قدر کافی ساده است مانند داشتن یک خط مستقیم که یک دایره برابر با محیط داده شده آن را احاطه کرده باشد که تنها یک اندیشه با قاعده و دقیق می‌تواند تناقضشان را نشان دهد. اگر چه ممکن است تعریف و تعیین مجموعه‌ای از گزاره‌هایی که به وضوح ناسازگارند و احتمال تناقض دارند معانی کلماتشان طوری باشد که تعیین کند که این گروه از عبارات منسجم و بی‌تناقضند ولی هیچ راه فنی و ساختاری وجود ندارد که معین کند آیا این دسته از گزاره‌های داده شده تناقض دارند یا نه. برای مثال اگر بتوان مجموعه‌ای از جملات را شکل معینی بخشید که قابل آزمایش توسط جدول صدق باشد،

واضح است که اگر نتوان ارزش صدق را تعیین کرد، در آن صورت جملات نامنسجم و تناقض آمیزند. اما برای یک تناقض، جایز است که از این یا آن آزمون صوری بگریزد، در صورتی که مجموعه جملات شکل معینی نداشته باشند و اجازه وقوع تناقض را بدهنند. این مطالب با یک مثال کوچک روشن می‌شود. «بخی از انسان‌های ورشکسته قادر به پرداخت قرض نیستند» اما ناسازگاری طولانی این دو کلمه به طور عادی نمایان نیست و هیچ تست معمولی نشان نمی‌دهد تناقض موجود در بیان «شخص ورشکسته» یا «شخص قادر به پرداخت قرض را» اگر ما بگوییم «فرد ورشکسته» با  $P$  و فرد قادر به پرداخت قرض با  $Q$  نشان داده شود، هیچ تناقض صوری در ترکیب عطفی (حملی)  $P$  به  $Q$  دیده نمی‌شود. مگر این که تصریح شده باشد که اگر  $P$  آن گاه نفیض  $Q$ . به عبارت دیگر آزمایش سازگاری گزاره‌ها یا صدق یک استدلال به چگونگی سازگاری کافی بین مفاهیم بیان شده بستگی دارد.

وظیفه آشکار ساختن همه ارتباطات مهم بین مفاهیم «تحلیل منطقی» گزاره‌های مورد بحث نمایده می‌شود. یک تحلیل منطقی باید رابطه ناسازگاری بین مفاهیم مثل رابطه موجود بین مفهوم ورشکسته و مفهوم توانایی پرداخت را آشکار سازد. همچنین باید یک واژه یا عبارتی را که با معانی مختلف یا شرایط متفاوت به کار رفته است تحلیل کند. برای مثال، واژه «تذہیب شده» هم می‌تواند در مورد نسخه‌هایی که زراندود شده به کار رود و هم برای نسخه‌هایی که در آنها خوشنویسی شده استعمال شود و اگرگفته شود بعضی از نسخه‌های تذہیب شده، زراندود نیستند، می‌تواند تعبیری بدون تناقض به شمار آید و تنها یک کرثتابی جدی در تعبیر باشد. نسبت‌هایی مثل اشتتمال، تراالف و تخلاف معنایی می‌توانند در مورد این که مجموعه‌ای از جملات، تناقض آمیز هستند یا نه دخیل باشند. «پستانداران از دسته زاینده‌گانند» اما جز در صورتی که این حقیقت اثبات شود اظهار این که بخی از چیزهایی که در مورد همه بجهزادها صدق می‌کند در مورد پستانداران هم صدق می‌کند، آشکارا تناقضی در برخواهد داشت.

دیگر جوهر پیچیده‌تر زیان ممکن است به اعمال یک تحلیل منطقی نیاز داشته باشند. استعمال منطقی آنها تأثیر می‌گذارد. «یک مادر کارگر کار می‌کند و فرزندانی دارد» اما یک مادر آبستن اگرچه انتظار چیزی را دارد اما به بچه نیاز ندارد نیازی به مادر بودن ندارد. بسیاری از واژگانی که ربطی هستند نیازمند بررسی دقیق هستند. فیل کوچک در مقایسه با بقیه فیل‌ها کوچک است اما در مقایسه با بزرگترین موش‌ها بزرگ است. تعبیرات ربطی متفاوت، خواص منطقی متفاوتی هم دارند که آن صفات مشخص ممکن است به تفسیر هم نیازمند باشد. اگر شخصی پسرعموی من باشد من هم پسرعموی او هستم اما اگر شخصی

والدین من باشد من والدین او نیستم. منطق دانان برای معرفی برخی از این وجوده پیچیده‌تر مفاهیمی که ما در صحبت‌های روزمره‌مان به کار می‌بریم، مانند کارکرد آن چیزی که به عنوان صفات مقایسه‌ای شناخته شده‌اند مثل کوچک و امیدوار در مثال‌های یاد شده هیچ گونه روش کاملاً تثبیت شده‌ای در اختیار ندارند. این یکی از حوزه‌های متعدد تحقیقاتی منطق دانایی است که نزدیک‌تر به زبان طبیعی کار می‌کنند تا این که خودشان را با مسائلی که به ریاضیات محض بستگی دارد مشغول سازند.

### صدقهای تحلیلی و صدقهای ضروری

روشن است که تحلیل منطقی به نحوی از انحا یکی از بخش‌های گریزناپذیر نظریه منطقی در مورد استدلال‌های واقعی و بخش‌های گفتمان است. همین طور این اندیشه، همان اندیشه‌ای است که در این قرن، یک سنت فلسفی کامل به نام فلسفه تحلیلی در مورد آن پدید آمده است. اگر چه این عقیده که فکر یا بحث ما نیاز دارد که موضوع تحلیل واقع شود (مانند آن چیزی که شیمیدان برای تعیین خصوصیات برخی ترکیبات انجام می‌دهد) یک پدیده قرن بیستمی است ولی ریشه در قرن‌های پیشین دارد. کانت از صدق بعضی گزاره‌ها به عنوان صدق تحلیلی صحبت می‌کرد و منظورش این بود که صدق آنها در واقع یک صدق منطقی و نفی سلب آنها مستلزم تناقض است و این را با نمایش ترکیب منطقی مفاهیمی که حاوی آن هستند می‌توان نشان داد. این گزاره یک مثال ساده است که "رویاه ماده مونث است". صدق این گزاره بر پایه این واقعیت است که در مفهوم رویاه ماده، مونث بودن آمده است. رد این که رویاه ماده مونث است به معنای رد این گزاره است که "یک رویاه ماده، یک رویاه ماده است" که مستلزم تناقض مفهومی است که خود حاوی آن است. همین طور گزاره "رویاه ماده به کودکش شیر می‌دهد" دارای صدق تحلیلی است، زیرا برای رویاه مونث در تحلیل مفهوم رویاه ماده وجود دارد و پستاندار بودن جزو مفهوم رویاه است. علی‌رغم این مساله در جمله "یک رویاه ماده زمستان را در خواب به سر می‌برد" و یا "یک رویاه ماده در یک زایمان ۶ یا ۸ توله به دنیا می‌آورد" برخی چیزها به مفهوم رویاه ماده افزوده شده است.

کانت چنین جملاتی را صدق ترکیبی می‌نامید. کانت پس از کار در چارچوب منطق ارسطویی با این مشکل مواجه شد که جملات حاوی مفاهیم ریطی ذاتاً تناقض آمیزند و به همین سبب با توجه به نحوه سلب آنها می‌توان آنها را جملات تحلیلی به شمار آورد. از آن جا که بسیاری از مسائل ریاضی بر اساس مفاهیم ریطی است، برای کانت معلوم گشت که

بسیاری از صدقهای حساب و هندسه به همان معنا ترکیبی (هم‌نهادی) است. این نظریه برای فلسفه او مهم بود چراکه به وضوح معلوم است که چنین صدقهایی پیشینی هستند نه بر اساس تجربه و آزمایش، زیرا بر اساس تجربه نمی‌توان قوانین کلی و ضروری را پایه‌گذاری کرد اما این گزاره‌ها در عین حال، تحلیلی نبودند. این مساله که چگونه می‌شود برخی حقایق هم ترکیبی و هم پیشینی باشند برای کانت سوال محوری و اساسی فلسفه است. به نظر فرگ، که یک قرن بعد چیز می‌نوشت به نظر می‌رسد کانت در مورد حساب باید اشتباه کرده باشد. (فرگ هیچ گاه با نظریه کانت در مورد حقایق هندسی به چالش برنخاست.) علم حساب چنان که به ذهن فرگ خطور کرد با علم منطق اشتراک دارد، یعنی که حقایق آن به هیچ وجه وابسته به موضوع آنها نیستند، منطق و حساب، هر دو بعداً به عنوان علمی که موضوعاً خشن هستند نام‌گرفتند. از آنجاکه فرگ داشت راهی برای نشان دادن ساختار منطقی گزاره‌های کلی که مفاهیم ریاضی را دربردارند (به بخش تئوری ارزش قیاسی که در بالا آمد مراجعه کنید) او راه‌هایی در اختیار داشت تا گزاره‌هایی را که صدق منطقی دارند نشان بدهد و راه‌هایی که کانت به آنها نرسیده بود. فرگ ابتدا با دقت زیاد شروع کرد به نشان دادن این که صدقهای ریاضی تحلیلی هستند به این معنا که تنها به استناد تعریف و قوانین منطقی قابل اثباتند.

تلاش فرگ برای نشان دادن این که صدقهای ریاضی تحلیلی هستند بسیار موفق بود اما او در ارایه کارش از قوانینی پیروی کرد که به عنوان قوانین دارای جامعیت (نامحدود) شناخته می‌شوند و وقتی که هم پیوند با تعریفاتی که مستلزم مفاهیم ریاضی اند به کار می‌روند به خصوص در مورد رابطه بین یک طبقه و یکی از اعضای آن منجر به تناقض‌های اجتناب‌ناپذیر می‌شوند. این مساله مورد توجه راسل واقع شد که در مورد پارادوکس معروفش با فرگ اشتراک نظر داشت که می‌گفت بعضی طبقات عضو طبقه خودشان نیستند: این طبقه نمی‌تواند بدون تناقض، عضو خودش باشد یا نباشد. راسل با آنچه که فرگ سعی در تحصیل آن داشت در عمق موافق بود و حتی وقتی فرگ تلاش خود را برای جبران خسارته که پارادوکس راسل به نظام او وارد ساخته بود کنار نهاده بود برای انجام برنامه فرگ تلاش کرد. راسل در کار فرگ دریافت که علت امیدواری او به کارش تنها فروکاستن تمامی ریاضی به منطق بوده است. به عبارت دیگر حقایق و اصول ریاضی می‌توانست مانند حقایق منطقی نشان داده شود. این خواسته بسی بلندپردازانه‌تر از خواسته فرگ بود. (او خودش علم حساب را فقط به خودش مرتبط می‌دانست و به این نکته اهمیت می‌داد که آن شامل اعداد منطقی و کسری نیز می‌شود) اما برخلاف هوش غیرقابل انکار راسل او در انجام

هدف نهایی موفق نبود که آن هدف عبارت بود از تنها به کارگیری اصولی که به روشنی منطقی باشد. او مجبور بود در میان امور بی نهایت زیاد جهان مادی که صدقشان هم بدیهی نیست چیزهایی را بپذیرد و بقیه را که انکارشان به وضوح مستلزم تناقض است رها سازد. کار راسل در مورد بنیادهای دانش ریاضی موجب تکامل بیشتر و گسترش این علم شد. او بعد از کمک‌های مهم به منطق ریاضی، به گسترش عقایدش در مورد به کارگیری روش‌های منطقی جدید نسبت به مباحث علمی و بحث‌های روزمره پرداخت. انگیزه اولیه راسل این بود: اثبات درستی نوعی از تجربه‌گرایی، نه بدان شکل که در کار فیلسوفان قرن هیجده مانند دیوید هیوم یافت می‌شد که بر اساس آن معنای هر واژه مهمی ریشه در تجربه بی‌واسطه دارد و حقایق ضروری، محصول اصول منطقی ای هستند که ساختار فکر یا بحث ما را تشکیل می‌دهند. پوزیتیویست‌های منطقی از کار راسل استقبال کردند. این پوزیتیویست‌ها با تکنیک قوی‌تر تحلیل منطقی تجهیزات تجربی را مورد مطالعه قرار دادند و آن را راهی می‌پنداشتند برای مبارزه با هر آنچه بی اساس و باطل بود از فلسفه‌های دیگر گرفته تا جزئیات اخلاق و دین. آنها به خصوص چارچوب فلسفه کانت را رد کردند و اعلام کردند که در این فلسفه هیچ گزاره ترکیبی پیشینی موجود نیست. این مطلب طبق گفته کانت یک علامت پیشینی بودن است که هر گزاره‌ای که ضروری باشد باید توسط تحلیل نشان داده شود که صدق تحلیلی دارد یعنی بر اساس معانی لغات تشکیل دهنده آن، صادق است. به عبارت دیگر همه گزاره‌های ضروری شبیه گزاره "روبه موئث است" هستند. وقتی کسی از اطلاعاتش در مورد چگونگی استفاده کلمات کم می‌شود (ما تعییر رویاه ماده را برای دلالت بر یک رویاه ماده به کار می‌بریم). هیچ جمله ضروری دیگری بیش از این جمله که "چیزی که الف و ب است، ب است" اطلاعات بیشتری را حمل نمی‌کند. گزاره‌هایی که بدین شکلند در واقع چیزی بیان نمی‌کنند چرا که آنها صرفا تکرار آن چیزی هستند که قبل از گفته شده و ما آنها را توتولوزی (همان‌گویی) می‌نامیم. روش دیگری که پوزیتیویست‌های منطقی برای عقیده‌شان که همه گزاره‌های ضروری همان‌گویی هستند (تحصیل حاصلند) اعلام کردند این بود که همه گزاره‌های بدیهی، همان‌گویی هستند. حالا این گزاره یک برنامه‌ای است که باید با سخت‌کوشی فراوان ثبت شود که برنامه‌های منطقی برای ریاضی باید یکی از بخش‌های قطعی آن باشد. به هر حال تبدیل شدن این برنامه به موضوع اعتقاد، کاملاً بدیهی است که نیاز به بحث و استدلال زیادی دارد و این نشان می‌دهد که ورای این ظواهر، یک اصل نهفته‌ای وجود دارد که برای خودش از جاذبیت نیرومندی برخوردار است.

## مکتب قراردادگرایی<sup>۱۲</sup>

این نظریه به عنوان اصالت موضعه (قراردادگرایی) شناخته شده و پاسخی به نیرومندترین احساسی است که بسیاری از مردم دارند که طبق آن معتقدند همه حقایقی که به عنوان بدیهی به ذهن ما خطور می‌کنند، نتیجه امتناع ما از به حساب آوردن هر چیزی است که نشانگر کذب آنها است. ممکن نیست که این انکار کردن از یک تصمیم آگاهانه به وجود آمده باشد اما اگر ما می‌خواستیم می‌توانستیم درباره این موضوع طور دیگری تصمیم بگیریم. حقایق بدیهی به این معناست که توسط قرارداد حفظ می‌شوند. جهان (بخشی از آنچه که ما به عنوان جهان به حساب می‌آوریم، ممکن است ساختار ذهن ما باشد) هیچ ضرورت عینی در آن نیست و نمی‌تواند بر ذهن ما قاعده‌ای اصلی و ضروری بار کند.

در اینجا فوری این سوال مطرح می‌شود که این عقیده تا کجا می‌تواند پیش رود؟ اگر گزاره‌های ضروری علم حساب (با فرض این نکته که تحويل منطقی حساب به منطق امکان‌پذیر باشد) مورد بازنگری و ژرف‌اندیشی قرار بگیرد آیا اصرار ما برای به کاربردن لغات برای اعداد و برای افزودن بر اعداد ناچار آنجا متوقف می‌شود؟ اعتبار استدلال‌ها و حقایقی منطقی با استعمال تعیین کننده لغاتی شیوه "اگر" و "نه" و غیره بیان می‌شود، آیا تهی‌بودن بسیاری از همان‌گویی‌هایی که قرار است حقایق ضروری بدان‌ها فروکاسته شوند، صرفا نتیجه استعمال ما از این گونه لغات نیست؟ یکی از مشکلات این اندازه فرورفتن در قراردادگرایی آن است که کسانی که اصول منطقی را به عنوان اعتبار تلقی می‌کنند باید اشکال نتیجه مفروض پذیرش یک اعتبار به عنوان موضوع اعتبار را هم قبول داشته باشند. حالا ایده اصلی و محوری نظریه قراردادگرایی این است که هر چیزی که اعتباری باشد می‌تواند توسط تصمیم آگاهانه وضع شود. اما اگر هر اعتبار مثل C برای تعیین این که به طور کلی این اعتبار چه چیزهایی را شامل شده است کاملاً به اعتبارهای بعدی بستگی داشته باشد، این فکر که اساساً به این معنا هیچ اعتباری نمی‌تواند تحقق یابد، به شدت مساله‌آفرین می‌شود پس چگونه می‌شود که هر تصمیمی بتواند نتایج معینی به بار آورد در حالی که مبنای تعیین کننده آن نتایج، خود متظر تصمیم‌های دیگری است؟ مشکل دیگر این است که روشن نیست که آیا در مورد اصل عدم تناقض نیز می‌توان قابل به قرارداد شد. اگر ما به حق فکر می‌کردیم که اجتناب از تناقض‌گویی شرط گفتن هر چیز معنادار می‌باشد با این ادعا که می‌توانیم تصمیم بگیریم که اصل عدم تناقض را کنار بگذاریم به چیزی بیش از این حقیقت بدیهی که ما آزادیم تا از سخن منسجم و بدون تناقض دست بکشیم نمی‌رسیدیم. به این

دلایل قراردادگرایی افراطی بسیار کمیاب است و آنچه که رایج‌تر است شکل تعدیل‌یافته آن است که اصل قوانین را به عنوان ضروریات عینی می‌پذیرد - که توسط جهان یا آن چیزی که برای تفکر منسجم لازم است به منظور توانایی بر حفظ این‌که هسته مجموعه‌ای از حقایق جزیی همانگویی‌ها، مجموعه نسبتاً قابل قبولی از اصول منطقی معمولاً پذیرفته شده است. آنچه که به عنوان منطق محمولی کلاسیک درجه اول شناخته شده است، گزینه رایج و عامه پسند است. برخورداری از چنان هسته‌ای موجب قبول یک قرارداد شفاهی برای داشتن نتایج معین می‌شود، اما منابع این هسته مخصوص قوانین منطقی بسیار بزرگ نیستند. برای مثال در درون آن برنامه منطقی، نشان‌دادن صدقهای ریاضی به عنوان صدقهای منطقی ممکن نیست.

یک مصلحت برای حفظ شتاب اعتبارگرایی این است که حوزه امور قراردادی را وسعت بیخشیم. تاکنون متوجه شده‌ایم که معانی لغات از موضوعات اعتبارگرایی هستند برای مثال واژه روباه ماده، که برای روباه‌های موئیت به کارمی برمی‌یابیم و یا هر لغت دیگری که به این شکل باشد. به هر حال بسیاری از گزاره‌ها وجود دارند که ما آنها را به عنوان حقایق ضروری مانند روباه‌ها مورد توجه قرار می‌دهیم برای مثال این که یک روباه نمی‌تواند هم در انگلستان باشد و هم در کانادا، یک حقیقت بدیهی است. تعریف روباه فهرستی از معیارها نیست تا شخص را قادر به تشخیص چیزی به عنوان روباه کنند. اما از سوی دیگر برخورد با چنین گزاره‌هایی به عنوان آنچه که مورد نظر ماست نیز امری فریبند است. در آن صورت ناچار خواهیم شد که تصویرمان را از تحلیل یک مفهوم گسترش دهیم تا شامل مدعیاتی شود که می‌گویند هر کس مقاهم را به طور دقیق به کار ببرد همواره باید فرض کند که چنان جملاتی صادق هستند. این رویکرد انجام برنامه‌های اعتبارگرایی را به روشی آسان می‌سازد. آدمی دیگر مجبور نیست نشان دهد که همه حقایقی را که ما بدیهی تلقی می‌کنیم، حقایق منطقی هستند که در اثر معانی واژه‌هایی که در آنها به کار رفته پوشیده مانده‌اند. در عوض هر کس می‌تواند یک حقیقت ضروری مستقل را مورد بحث قرار دهد که این حقیقت در برابر فروکاهش به یک حقیقت منطقی به عنوان یک اصل موضوعه معنایی مقاومت می‌کند. یعنی این که هر کس می‌تواند آن را به عنوان یک گزاره مورد بررسی قرار دهد که در نتیجه عدم توجه ما به نقش ابطال‌گرانه آن، به معانی واژگان مربوطه کمک می‌رساند.

ممکن است برخی گمان کنند که این کار نوعی بی‌اهمیت شمردن برنامه کار است. راسل در یکی از آثار خودش که مربوط به همین زمینه است روش اصل موضوعی کردن را به عنوان "مزایای زندگی از راه دزدی برزندگی شرافتمدانه از راه زحمت‌کشی" تشریح کرده

است. اما در حمایت از اصول موضوعه معنایی باید پاسخ داد که قراردادگویی دقیقاً یکی از آموزه‌هایی است که حقیقت آن شاید در بادی امر به ذهن خطور نکند، اما همین که مدعای آن شناخته شد، صادق بودن به طور جزیی و دم دستی آن مورد تایید قرار خواهد گرفت.

### صورت‌گرایی<sup>۱۴</sup>

این قرایت از اعتباری پنداشتن علوم یک مقدمه دارد به روشنی که برخی ریاضی‌دانان به مفاهیم ریاضی می‌نگرند. از زمان اقليدس به این طرف برای ریاضی‌دانان روشن شده بود که آنها نمی‌توانند در استدلال برای همه قضایای مهم تنها بر تعاریف تکیه کنند، آنها مجبور بودند که از اصول موضوعه یا مفروضات نیز استفاده کنند. در دوران اخیر با افزایش نظام‌های اصل موضوعی برای برخی ریاضی‌دانان روشن شده است که آنچه به عنوان تعاریف مرسوم گمان می‌شد، نمی‌توانست همه کار را در تعیین مفاهیم ریاضی انجام دهد. در ریاضی‌دانی که هر دو مجموعه‌ای از تعاریف را قبول دارند اما اصول متعارفه مسلمی که آنها بدان معتقدند با هم متفاوت باشد نمی‌توانند مفاهیم ریاضی همسانی را به کار گیرند.

بنابراین انواع اعتبارگرایی‌هایی که صدق برخی گزاره‌ها را توسط قرارداد، مجاز می‌دانند که لزوماً صادق به شمار می‌روند، دارای یک دیدگاه همتا در مورد ماهیت صدق ریاضی هستند که به عنوان صورت‌گرایی شناخته شده است. بسیاری از ریاضی‌دانان مخصوصاً ریاضی‌دانان محض که نمی‌خواهند به خاطر سوال‌هایی راجع به صدق و کذب اصول بدیهی که آنان بدان عقیده دارند به زحمت بیفتند، از این رو در مورد گزاره‌هایی که تلاش می‌کنند آنها را با دلیل اثبات کنند، یکی از قرایت‌های صورت‌گرایی را جذب می‌کنند. یکی از قرایت‌های صورت‌گرایی که به وسیله راسل به دیدگاه مبتنی بر "اگر - آن‌گاه" برگردانده شد، ریاضیات را مرکب از چیزی غیر از گزاره‌ها نمی‌داند تا آنجاکه معتقد است که بعضی مقدمات خاص به طور منطقی بعضی نتایج خاص را به دنبال خواهند داشت. این نظر کنارنهادن برخی سوال‌ها درباره ریاضیات را ممکن می‌سازد، آنچه شما از یک ریاضی‌دان می‌آموزید آن چیزی است که در صورت پذیرش برخی از گزاره‌ها توسط شما از طریق قرارداد نتیجه خواهد شد. ولی این تبیین بیان نمی‌کند که چرا ما فکر می‌کنیم ریاضیات موضوع مشخص و جداگانه‌ای دارد. هر مجموعه‌ای از گزاره‌ها راجع به قانون، تئاتر یا کشاورزی می‌تواند به این روش تحقیق شود. یعنی به وسیله سوال "اگر شما به نتیجه گیری معتقد باشید چه نتایجی حاصل می‌شود؟" دیگر نظریه وابسته به ماهیت صدق‌های ریاضی که خودش را صورت‌گرایی

می نامد، از پاسخ‌گویی صریح به سوال راجع به موضوع ریاضی اختناب می کند. این نظریه توسط ریاضیدان هاسکل ب، کوری مطرح شده که ریاضی، دانش نظامهای صوری است.

یک ساختار صوری، سازه‌ای انتزاعی است اگر چه نیازمند نیست اما می تواند به عنوان یک ساختمان قیاسی سازنده گزاره‌های برخی شاخه‌های علم مورد توجه واقع شود. یک چنین ساختاری طبق نظر کوری مجموعه‌ای از اعتبارها تعریف می شود. اعتبارها، عناصر نظریه را که حدود نامیده می شود و چگونگی ترکیب حدود برای ساختن گزاره‌های مقدماتی و نحوه صدق این گزاره‌های مقدماتی را پذید می آورند. پیشنهاد کوری از این اکتشافات نشات می گیرد که امکان دارد گزاره‌هایی از یک تئوری بدیهی ریاضی گرفته شود و ساختمانی که آنها تشکیل می دهند با ابزارهای ریاضی مطالعه شود. تنها اخیرا تئوری‌های ریاضی موضوع مطالعات ریاضی شده است. اما پیشنهاد کوری منجر به این ادعا شد که در واقع ساختمان قیاسی به وسیله گزاره‌های یک تئوری ریاضی تنها موضوع حقیقی مطالعه ریاضی است. همچنین این پیشنهاد حوزه ریاضی را به فدر زیاد و فقط تا اگر - آن‌گاه محدود می کند که موجب محدودیت برای ریاضیاتی با این وسعت می گردد، ریاضیات محض به طور وسیع ساختمان انتزاعی و تجربی را مطالعه کرده است که کاملاً بی شباهت به آنها بی هستند که از ترتیب جمله‌های قیاسی به وجود آمده‌اند. همان طوری که ساختارهای ارایه شده توسط سیستم صوری بحث‌انگیز نیست هیچ مساله بحث‌انگیزی راجع به چنین ساختاری وجود ندارد. این گزافه‌گویی است که ادعا بکنیم که ریاضیدان در ارتباط با بیان انتزاع ساختار یک نقطه بر روی یک خط است. فقط ریاضیات محض است که موضوع آن شامل ساختار قیاسی گزاره‌هایی است که ریاضی او می سازد وقتی می گوییم چطور نقاط بر روی خط و کنار یکدیگر قرار می گیرد.

نظریه دیگری که به عنوان صورت‌گرایی شناخته شد توسط دیوید هیلبرت در ابتدای این قرن ارایه شد. این نظریه با پیشرفت‌شدن در ریاضیات و یافتن مکانی مناسب در آن، ریاضی دانان را دچار آشفتگی کرده بود. از یک طرف تعدادی تئوری با بلند نظری به مفاهیم نامحدود توجه می کردند و به نتیجه بحث‌هایی که در ضمن اعتقاد به صادق بودن اصول بدیهی مختلف پیش می آمد، نظر داشتند و از سوی دیگر یک گروه از امور متناقض که پارادوکس راسل یکی از آنها بود از همان چهار بخش غیرمتربه ناشی می شد. هیلبرت به طعنه گروهی از ریاضی دانان محافظه کار حساسی بود که این ریاضی دانان به سازنده گرایان<sup>۱۵</sup> معروف بودند. مبنی بر این که شاخه‌هایی از ریاضیات جدید که بلند پروازانه‌تر هستند و حاوی تامل بی مهار هستند، ارزش توجه جدی ریاضی دانان را ندارند.

هیلبرت از اقدامات جدید در ریاضیات نامتناهی دفاع می‌کرد. این ریاضیات در نتیجه روش اصل موضوعی<sup>۱۶</sup> استفاده موثر از روش قیاسی منطقی را ممکن می‌سازد اما هیلبرت تشخیص داد که یک فهم درست و رای ثبات تئوری‌های نتیجه‌بخش وجود دارد. و او روش‌هایی را ترسیم کرد که به وسیله آنها انسجام نظام‌های اصل موضوعی که شامل واژه‌ها و اعمال محدود است می‌توانست بدون توسل به مفاهیم، قضیه‌ها یا روش‌هایی که در آنها به کار گرفته می‌شد و مورد سوء‌ظن بودند، نشان داده شود. برنامه هیلبرت که به همین نام هم معروف شد رسالت‌های ریاضیات را به نحو بسیار صحیح و دقیق مطرح کرد که معیارهای معتمدی برای تعیین تحقق یا عدم تحقق آنها وجود داشت. اما آنچه که پیش‌بینی نشده بود دلیلی بود که مهم‌ترین این امور نمی‌توانست انجام پذیرد.

هیلبرت نه تنها صدق‌های منطقی بلکه آن دسته از صدق‌های ریاضیات محدود (یا سازنده) را به عنوان صدق‌های اولیه گرفت. اولین قدم در برنامه نشان دادن این نکته باید باشد که انسجام اصول متعارفه معمولی (غیر محدود) علم حساب باید تنها با استفاده از روش‌ها و اصول این هسته منطقی اثبات شود. اما در سال ۱۹۳۱ کورت گودل ثابت کرد که هر نظام صوری وابسته به این هسته جز در صورتی که قدرت کافی برای بیان حقیقت اصول موضوعه ریاضی داشته باشد در صورتی که دارای انسجام باشد حاوی گزاره‌های تصمیم‌ناپذیری خواهد بود که نه خود آنها و نه سلب آنها را می‌توان اثبات کرد. این نتیجه فی نفسه به اندازه کافی حیرت‌آور بود ولی استدلال گودل با چنان روشنی طرح‌ریزی شده بود که اگر کسی یک استدلال در مورد انسجام منطقی نظام در اختیار داشت بایستی این امور را نیز داشته باشد. (۱) یک استدلال یقینی در مورد این که فلاں گزاره خاص مثلاً  $G$  نمی‌تواند اثبات شود (۲) و دلیلی در مورد اثبات گزاره  $G$  و به دنبال آن نتیجه گرفت که اقامه هیچ‌گونه دلیل انسجام در مورد ریاضیات معمولی با استفاده تنها از روش‌های محدود، امکان‌پذیر نیست.

ممکن است برنامه هیلبرت نقص داشته باشد اما در میان کارهای زیاد ریاضی دانان متظر و دورنمای صورت‌گرایی او باقی ماند. صورت‌گرایان ادعا می‌کنند که طرز تلقی اعتبارگرایی شان بر ریاضیات محض اثر رهایی بخش دارد. یک ریاضی دان آزادانه احساس می‌کند که می‌تواند هر آنچه را که نتیجه‌اش جالب و جذاب باشد جستجو کند. کاربردهای مهمی از چنین فعالیت‌های عقلانی محض نشات می‌گیرد؛ فیزیکدان‌ها گاهگاهی دریافت‌های اندک ابزارهای ریاضی که آنها بدان نیازمندند به وسیله کارهای ریاضی دانان محض از این طریق به دست آمده است. اما صورت‌گرایی به عنوان یک تفسیر فلسفی از ماهیت صدق ریاضی

هنوز با این سوال مواجه است که چگونه می‌شود ریاضیات چنین ابزار قدرتمندی برای تدوین تئوری‌های فیزیکی و برای مطالعه فعالیت‌های خود ریاضی باشد.

ممکن است چنین گمان شود که ریاضی هیچ کمکی به مضمون موجود در تئوری‌های فیزیکی نمی‌کند و فقط یک راهی است که ما برای طبقه‌بندی مناسب علوم‌مان یافته‌ایم. در واقع هر کسی که با روح اعتبارگرایی در آمیخت باید برای حفظ این نظر آماده شود. اما نشان دادن این نکته باقی می‌ماند که معرفت علمی می‌تواند از پوشش‌ها و تعیینات ریاضی عاری باشد و در عین حال قالب و دیگر ساختار حیاتیش را از دست ندهد. اخیراً تلاشی توسط هارتی فیلد در مورد نظریه گرانشی نیوتن انجام گرفت، او معتقد است که این تئوری برخلاف نظر بسیاری کسان نه تنها از قدرت فاقد رضایت منطق (مرتبه بالا) استفاده نکرده بلکه ناگزیر از بهره‌گیری مباحث مربوط به مکان - زمان شده که انتزاع‌های ریاضی قابل مناقشه‌ای هستند و آنها را به عنوان واقعیت‌های فیزیکی عینی به شمار آورده است. چنان‌که این مطالب از نام کتاب او نیز پیداست: علم بدون اعداد.

### حمله به رویکرد مبتنی بر تمایز بین امور تحلیلی و ترکیبی

ما به دو روش ماهرانه از نظریه اعتبارگرایی توجه کرده‌ایم. اولین شیوه موضوعات اعتبارگرایی را در محدوده تعریف حدود به کار رفته در گزاره‌های پرسنی می‌کند. و دیگری درباره صدق گزاره‌های یقینی که به وسیله اعتباریت بنا نهاده شده‌اند بحث می‌کند. توجیه هر دو نظریه بر این اساس قرار دارد که صدق یا کذب هر جمله به دو عامل که کاملاً جدا ای پذیرند بستگی دارد.  
 کوایین در اوایل دهه پنجماه به چالش با این نظریه برخاست. او این نظریه را به عنوان ریشه مشترک آن چیزی می‌دید که آن را دو جزم تجربه گرایی<sup>۱۷</sup> نامیده بود. این دو نظریه به روشنی نوعی از تجربه گرایی را به وجود آورد که اولین نوع از اعتبارگرایی را پدید آورد که عبارتند از:  
 ۱) عقیده به تفاوت دقیق بین حقایقی که تحلیلی هستند و حقایقی که ترکیبی هستند.  
 ۲) تحويل گرایی<sup>۱۸</sup>: عقیده‌ای که هر گزاره معناداری برابر است (و از این‌رو قابل تحويل به) ساختار اکملی که توسط اعمال منطقی الفاظی که دلالت بر تجربه بی‌واسطه دارند ساخته شده است.

حمله کوایین به عقیده نخست بر اساس این شکایت بود که تمایز بین مفاهیم تحلیلی و ترکیبی امری غیر واضح است و نمی‌تواند توسط مفاهیمی که نیاز مشابهی به توضیح ندارند روشن شود. این راهبرد به نظر برخی از مدافعان این نظریه غیر منصفانه بود. هر زمانی که

یک توضیح مورد نیاز بود، ظاهرا کواین فقط الفاظی برای وضوح بخشیدن به فهرست مفاهیم ابهام آکلودش می‌افزود. در هر صورت این آن چیزی است که در مقاله‌اش درباره تصورات معنا، ترادف، ضرورت و قواعد رخ داد. اما تاثیر چشمگیری که مقاله کواین اعمال کرد از قدرت استدلال او برخاسته، بلکه در اثر اعتبارگرایی نوع اولی بود که میان طرفداران نگرش تجربی رشد کرده بود.

به هر حال آنچه کواین انجام میدهد چیزی بیش از حمله به اساس نوع نخستین اعتبارگرایی یعنی تعریف واژه‌ها است، او می‌خواست ثبات و اعتبار دومین نوع اعتبارگرایی یعنی صدق برخی جملات را نشان دهد. این که چیزی را قراردادی بنامیم به معنای آن است که آن چیز هیچ گونه واقعیت بالفعل خارجی ندارد و این که نحوه برخورد ما با آن، و آنچه درباره آن می‌گوییم، هیچ ربطی به جهان خارج ندارد. ممکن است این که ما جملاتی را به عنوان جمله صادق لحاظ می‌کنیم، خود یک قرارداد باشد، اما در این گونه موارد یک واقعیت خارجی در کار است که با جهان مرتبط است و به نحو موثری بر عمل ما تاثیر می‌گذارد. ممکن است این که مفهومی از یک شی مادی که فضا و مکان خاصی را اشغال می‌کند، می‌سازیم و آن را به کار می‌بریم امری قراردادی باشد، یا مفهومی که در مورد انرژی متراکم که حاوی اصل بقای کمی انرژی است به کار می‌بریم نیز تابع قرارداد باشد، اما خود اینها واقعیت‌هایی هستند که نحوه عملکرد جهان خارجی، آنها و کارکرد ویژه‌شان را تعیین کرده است نه قرارداد.

نتیجه این که ارکان تصمیم‌گیری (این که چه چیزی چه استعداد و قابلیتی دارد) و اجزای توصیف (صدق و کذب امور مربوط به جهان خارجی) به طور توضیح ناپذیری در هم تنیده‌اند و بر اساس آنهاست که می‌توان صدق ضروری یک حکم را نمایان ساخت، این نکته که در ارکان صدق چنان جمله‌ای اجزای زبانی یک واقعیت مرکب خارجی مبتنی بر چه مبانی و مفروضاتی است، مساله‌ای است که کواین آن را مورد بحث قرار داده است.

این نکته که برخی از متقدان کواین نیز بدأن اشاره کرده‌اند درست است که در موارد غیرقطعی و ثابت نشده نمی‌توان به طور قطعی ثابت کرد که هیچ چیز وجود ندارد زیرا که ماهیت آن روش نیست، با این همه، ممکن است، سخن کواین در مورد صدق‌های تحلیلی و موارد صدق‌های ترکیبی روشن باشد، اما به نظر می‌رسد او سبب حفظ روح اعتبارگرایی و ارائه آن به صورت و شکل جدیدی گشته است. او عقیده داشت که هیچ گزاره‌ای با تحلیل صرف و آزاد از موافقت با عالم خارج و به دور از تسلط تجربه نیست و هر گزاره‌ای که ترکیبی نمایان شود می‌تواند با تنظیم و اصلاح مناسب در جایی دیگر از تکذیب به دور نگه

داشته شود. در نظریه کوایین ما همه آن آزادی‌ای که اعتبارگرایی برای ما می‌خواست و حتی پیش از آن را داریم، زیرا گزاره‌های ما برای نشان دادن این که صادقند یا کاذب به نحویک به یک با تجربه مواجه نمی‌شوند بلکه به عنوان یک کل با تجربه مواجه می‌شوند. این که آیا درباره صادق یا کاذب بودن هیچ گزاره‌ای می‌توان تصمیم گرفت بستگی به روش مهمی دارد که طبق آن ما درباره صدق دیگر گزاره‌ها تصمیم می‌گیریم و هیچ مجموعه‌ای از تجارب نمی‌تواند ما را در تعیین دقیق صدق و کذب گزاره‌های هیچ زبانی کمک کند.

قرایت کل گرایانه کوایین از اعتبارگرایی که در ابتدا با یک تنوع افراطی پیش می‌رفت و نه حتی با قوانین منطقی، به نظر می‌رسید که از بازنگری مصون بود. در نتیجه، این نظریه از مشکلاتی شبیه مشکلات اعتبارگرایی افراطی که در بالا بحث شد رنج می‌برد. کوایین از نظام باورهای ما صحبت می‌کرد که این نظام، یعنی گزاره‌هایی که ما آنها را صادق در نظر می‌گیریم نیاز به تنسیق تجربی داشته و قادر است به منظور حفظ صدق گزاره‌های انتخابی ما تعدیل شود. اما این تعدیل‌های به عمل آمده در یک جایی برای آنچه که دیگر گزاره‌ها می‌توانند صادق بمانند پیامدهایی دارد؛ و این که آیا همه اصول منطقی حاکم بر این توزیع در درون این آموزه مندرج است که هیچ چیز مصون از تغییر و بازنگری نیست، مطلبی است که هنوز هم مورد مناقشه است. اما کوایین بعدها به سوی یک نظریه با افراط کمتر کشیده شد که نتیجه آن این است که ضربهای گوناگون شکل‌های معتبر منطق محمولات درجه اول از هرگونه تجدیدنظر مصون هستند.

## پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

### سال جامع علوم انسانی

### ختنی بودن موضوعی<sup>۱۹</sup> منطق

در حالی که اعتبارگرایی افراطی همچنان مساله‌ای بحث‌انگیز است قرایت‌های معتدل نیز با مشکل مواجه هستند یعنی هرگاه بین اصول منطقی، یا اموری کاملاً بدیهی لحظه شود. صدق‌هایی که اگر بدیهی شوند، محکوم تغییر اذهان ما نسبت به امور جهان می‌شوند. این مساله، چنان که اشاره شده است، معمولاً از مجموعه اصولی اخذ می‌شود که به عنوان منطق محمولات درجه اول شناخته شده‌اند. این اصول شامل اصل عدم تناقض نیز می‌شوند. اما دیگر اصول قابل تحويل به اصل عدم تناقض نیستند. چالش‌های مربوط به این موضوع، غالباً از سوی کسانی مطرح شده که خواهان به کارگیری شکل‌های نیرومندتری از منطق هستند. اما گمان می‌رود بسیاری از این شکل‌های قوی‌تر منطقی مستلزم التزامات مابعدالطبیعی نسبت به هویت‌های انتزاعی مثل احمریت و خیر است و نباید شامل چیزهایی باشد که بر

سوال‌های پیشینی از حقیقت بهویژه مابعدالطبیعی تکیه دارند. این مساله مورد بحث قرار گرفته که منطق کلاسیک درجه اول تنها نیازمند اصولی است که حداقل آگاهی بخشی را دارند و در واقع همان‌گونه هستند و در موضوع خنثی می‌باشند و از این رو چیزی را جز آن چه برای یک بحث منسجم لازم است ارایه نمی‌کنند آنها فقط در صورتی می‌توانند چنین باشند که بر هیچ حقیقت پیشینی تکیه نکنند.

اما می‌توان این موضوع را از جهت دیگری مورد جالش قرار داد و در نتیجه استدلال کرد که منطق محمولات درجه اول حاوی اصولی است که مستلزم یک التزام مابعدالطبیعی بوده و در عین حال به لحاظ موضوعی خنثی نیستند. اما هنوز از دیگر نظریه مربوط به ماهیت ریاضیات متحددی می‌آید و آن هم به فرضیه صدق منطقی، قانون ارتفاع نقیضین یعنی هر گزاره یا رفع آن صادق است مستند است و هم به فرضیه‌ای که در بسیاری از رهیافت‌های معنایی در مورد اعتبار و صدق به کار رفته یعنی قانون دو ارزشی بودن تکیه دارد که طبق آن هر جمله یا صادق است با کاذب.

صحبت از صدق همان‌گونه که در مورد صدق منطقی در بالا بدان اشاره کردیم این سوال را ایجاد می‌کند که صدق از چه طرقی حاصل می‌شود. پاسخ یک مطلقی به این سوال در مورد ریاضیات قوانین منطقی و پاسخ یک صورت‌گرا اعتبار است. و نظریه سوم این است که گزاره‌های ریاضی صادقند بر اساس وجود یک قلمرو خاص غیرمادی که ریاضی دان محض به وسیله اعمال نوعی شهود عقلانی بدان دست می‌یابد. این نظریه که به واقع‌گرایی یا مکتب افلاطونی مشهور است و مثل صورت‌گرایی پیروان زیادی در میان ریاضی دانان مشغول دارد اما به عنوان یک تفسیر فلسفی از تبیین این عاجز است که چرا یک ریاضی دان هیچ گاه سخن ریاضی دان دیگری را بر اساس گزارش شهود عقلانی اش بدون دلیل نمی‌بدیرد و همواره در معرض این اتهام است که صرفاً نوعی فرافکنی نامطلوب در مورد ریاضیات بوده و آن چیزی است که ما از طریق حواسمن درباره ارتباطمان با جهان مادی می‌اندیشیم.

صورت‌گرایی یکی از راه‌های مخالفت با واقع‌گرایی است. راه دیگری، که مستلزم بحث از صدق‌های ریاضی به عنوان امور قراردادی نیست، شهودگرایی<sup>۲۰</sup> است. و شهودگرایان معتقدند که چنین نیست که موضوعات ریاضی خارج از ذهن ریاضیدان وجود داشته و در انتظار کشف شدن باشند بلکه در عوض، محصول برخی عملیات ذهن بشری هستند که شیوه عمل افزودن دائمی یک سلسله اعداد می‌باشند. شهودگرایان تاکید می‌کنند که از پیامدهای جدی گرفتن این نظریه این است که یک دسته اصول استباط وجود دارند که

بسیاری از ریاضی دانان آماده به کارگیری آنها در مورد قضیه‌های نادرست هستند و در نتیجه پاره‌ای از قضیه‌هایی که در سطح وسیعی مقبولیت یافته‌اند نادرست هستند.

اگر ریاضیات محصول تصورات ذهنی بود برای تاسیس واقعی هر امر ریاضی انجام دادن اعمال یا استدلال درباره امکان آن نیز لازم می‌آمد. چنین چیزی به حکم عقل، بی‌معنا و ناموجه است و با هیچ روشی قابل انجام نیست، مثل به پایان بردن یک امر بی‌نهایت که طبق تعریف، امر بی‌نهایت چیزی است که هیچ گاه به پایان نمی‌رسد و در نتیجه هر برهانی که برفرض نتیجه یک چنین روشی تکیه دارد به عنوان یک استدلال ریاضی قابل قبول نیست. ریاضیات مبتنی بر مفروضات افلاطونی دلیل می‌آورد این سوال که آیا عددی با خصوصیت  $P$  وجود دارد یک پاسخ «بله» یا «خیر» دارد اما شهودگرایان اصرار دارند که یک جواب «بله» نیاز به نشان دادن چگونگی ساختن مراحل بی‌نهایت زیاد توسط عدد دارد و یک جواب «نه» لازم دارد نشان بدهد که وجود یک چنین عددی مستلزم تناقض است. مگر این که کسی به طور نامشروع فرض کند که اعداد مستقل از فعالیت ذهنی انسان وجود دارند. دلیل ندارد که فکر کنیم که توصیف هر عددی که نمی‌تواند ساخته شود باید مستلزم یک تناقض باشد. نتیجه این می‌شود که هنگام استدلال در مورد اعداد نمی‌توان فرض کرد که گزاره «یک عدد با خصوصیت  $P$  هست» یا صادق است یا کاذب و به دلیل این که قانون عدم تناقض مตکی بر این نکته است، نمی‌توان به صادق بودن آن عقیده داشت و در دلایل ریاضی در امتداد خطی کاملاً شهودگرایان از این اتفاق به گسترش تئوری اعداد و پایه‌های ریاضی در متداول خطا نداشتند. آنها غیر شبیه به آنها بی‌که ریاضی دانان در طول ایام قابل توجهی دنبال کرده بودند پرداختند. آنها هم چنین تفسیرهای معنایی استاندارد را از صدق شبیه آنچه که در متن روش جدول صدق وجود داشت رد کردند. مجموعه‌ای از اصول منطقی را که به عنوان دلایل ریاضی بدانها توجه کرده بودند پدید آورده‌اند. اگر آنها در یک مورد برصواب باشند این است که فرض خنثی بودن موضوعی منطق محمولات درجه اول فراتر از سوال و جواب است و قابل استدلال ریاضی نیست. به علاوه منطق کهن به هر حال یک فرضی را مجسم می‌سازد که هر چند در بسیاری موارد توحیلی و بی‌محتوا است ولی یک مساله واقعی را برمی‌انگیزاند و آن این است که: آیا موضوعی که درباره آن استدلال می‌کنیم، قلمرو اشیایی است که به طور مستقل از فکر ما وجود دارند؟ در قرن گذشته تاثیر ریاضیات هم بر گسترش روش‌های منطقی و هم بر اصطلاحاتی که کارایی منطق در مورد آنها محل بحث است، بارزترین چهره پیشرفت علایق فلسفی در منطق بوده است. برخی اوقات این مساله یک ظاهر خشک و

زننده به این رشته از فلسفه می‌دهد. در حقیقت برخی از سوال‌های بسیار جذاب در مورد ارتباط بین انسان‌ها و موجوداتی که انسان‌ها سعی می‌کنند آنها را بشناسند و کنترل کنند خودشان و جهان مادی را در اثر این پیشرفت چهره روشن، نیرومند و جدیدی یافته‌اند. این مسایل به هیچ عنوان ثابت و تمام شده نبوده و به هیچ رواز پیشرفت و تکامل و توضیح بیشتر عاجز نیستند.

## پی‌نوشت‌ها:

### 1. "The Truths of Logic and of Mathematics"

این مقاله که توسط دکتر تیلز نگاشته شده در دایرةالمعارف فلسفه زیر نظر پارکینسون به چاپ رسیده که مشخصات کتاب‌شناسی آن بدین قرار است:

*An Encyclopedia of Philosophy*. ed. G.H.R. Parkinson. London: Routledge, 1988.

نویسنده مقاله دانشیار فلسفه در دانشگاه ویدینگ کشور انگلیس است و کتاب‌هایی از او درباره جان‌دیری و مباحث فلسفی توسط انتشارات دانشگاه ابردین به چاپ رسیده است.

دایرةالمعارف یادشده یکی از تازه‌ترین و معتبرترین منابع در زمینه فلسفه غرب است که طی سالیان تدریس به بازگردان بسیاری از مقالات آن همت گماشتمام و امید دارم در آینده توفيق نشر کل این مجموعه ارزشمند را پیدا کنم.

### 2. Explicative.

### 3. Ampliative.

### 4. Syllogism.

### 5. Natural deduction.

### 6. Truth tables.

### 7. Modal Logic.

### 8. Tense Logic.

### 9. Facts.

### 10. Norms.

### 11. Descriptions.

### 12. Prescriptions.

### 13. Conventionalism.

14. Formalism.
15. Constructivists.
16. Method of postulation.
17. Two dogmas of empiricism.
18. Reductionism.
19. Topic - neutrality.
20. Intuitionism.

### کتاب‌شناسی:

There are many introductory textbooks on formal logic. One which has gone through many editions since it first appeared in 1953 is Irving M. Copi, *Introduction to symbolic logic*, 6th edn (Collier Macmillan, London, 1982.) For a textbook which concentrates on a natural deduction approach to validity and explains and illustrates the notion of a completeness proof see; E.J. Lemmon. *Beginning logic*. Nelson, London. 1965. Semantic tableaux are introduced in: Wilfred Hodges. *Logic* penguin Books, Harmondsworth. 1977.

For a survey of different approaches to the tasks of logical theory, see Susan Haack, *Philosophy of logic*. Cambridge. 1978.

The standard history of logic in English is William and Martha Kneale, *The development of logic*. Clarendon Press. Oxford. 1962.

Peirce is an excellent source on the relationship between logic and scientific reasoning. A good collection of his writings from that standpoint is Justus Buchler ed, *Philosophical Writings of Peirce*. New York: Dover, 1955.

Frege's Pioneering work in logic is best represented in: Gottlob Frege. *conceptual notation and related articles*. trans and ed. Terrell Ward Bynum. Clarendon Press. Oxford. 1972. Frege's programme for showing the truths of arithmetic to be analytic is outlined in Gottlob Frege. *The foundations of arithmetic*, trans. J.L. Austin .Basil Blackwell, Oxford. 1959.

Russell's major contributions to mathematical logic formed part of a three - volume work which he wrote in collaboration with A.N. Whitehead. *Principia mathematica*. 2nd edn. Cambridge University Press. Cambridge. 1927, but a little book written while Russell was in prison for his pacifist activities,

*Introduction to mathematical philosophy.* London: Allen and Unwin, 1919, still offers one of the most accessible introductions to this period in the development of logic and the philosophy of mathematics. An excellent discussion of conventionalism, which pays particular attention to the plausibility of applying it to what we say about the structure of space, is to be found in Graham Nerlich. *The shape of space.* Cambridge: Cambridge University Press, 1976. There is also a penetrating article by Quine. 'Truth by convention', written in 1935 and reprinted in his book *The ways of paradox and other essays.* New York: Random House, 1966.

For a lively and accessible discussion of Gödel's theorem and its implications, see Douglas R. Hofstadter. *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid.* Hassocks: Harvester, 1979. Harry Field's work is to be found in *Science without numbers.* basil Blackwell. Oxford, 1980.

A collection edited by paul Benacerraf and Hilary Putnam, *Philosophy of mathematics, selected readings.* Oxford: Basil Blackwell, 1964 contains much important source material, including articles by Hilbert, Curry, Gödel (on platonism and on Russell's work) and the articles by Quine mentioned above and below.

Quine's 'Two dogmas of empiricism' is to be found not only in Benacerraf and putnam but also in Quine's book, *From a logical point of view.* Cambridge: Harvard University Press, Massachusetts. 1953. Quine's mature position is set out in *Word and object.* Cambridge: MIT Press, Massachusetts. 1960 and in *Ontological relativity and other essays.* New York: Columbia University Press, 1969.

Defenders of one or the other dogma include. H.P. Grice and P.F. Strawson; 'In defense of a dogma', *Philosophical Review,* vol. 65, 1956. Hilary Putnam has discussed Quine's doctrines in, among other places, 'The analytic and the synthetic', which is to be found in Putnam's *Mind, language and reality, philosophical papers,* Volume 2. Cambridge: Cambridge University Press, 1975 contains several valuable papers on mathematical truth and on formalism.

Benacerraf and Putnam contains a number of selections representing intuitionism. The person who has contributed most to understanding the wider implications of that approach to the philosophy of mathematics is Michael Dummett. See in particular his *Elements of intuitionism.* oxford: Oxford University Press, 1977, esp. Ch. 1, and *Truth and other enigmas.* London: Duckworth, 1978. Chs. 1, 10, 11, 13 and 14.