۸۶۹۸۱

نظریه کاتاستروف[1] و کاربرد آن در اقتصاد

دکتر حسین عباسی نژاد* – شاپور محمدی**

چکیده

برخی از پدیده‌های اقتصادی و اجتماعی تغییرات ناگهانی از خود نشان می‌دهند که با ناپیوستگی و تغییرات کیفی در سیستم همراه است. نظریه کاتاستروف روش مناسبی را برای مدل‌سازی سیستم‌های دینامیکی که با تغییرات ناگهانی همراه هستند ارائه می‌دهد. از جمله زمینه‌های بالقوه کاربرد نظریه کاتاستروف مدل‌های رشد غیرخطی، تغییرات تکنولوژیک، تغییرات نهادی، منحنی فلیپس، بازار سهام و رفتار مصرف کننده می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: مدل‌های غیرخطی، نظریه کاتاستروف، پایداری ساختاری، تغییرات ناگهانی،

۱- ترجمه‌های "غیرمنتظره" و "فاجعه" برای این کلمه در برخی از نوشته‌های فارسی دیده می‌شود که چندان گویا نیستند. بنابراین از خود کلمه استفاده شده است.

*دانشیار دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران

** دانشجوی دکتری دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱- مقدمه

نظریه کاتاستروف توسط رنه تام (Rene thom) ریاضیدان فرانسوی ارائه گردید و گسترش کاربردی آن وامدار تلاشهای زیمن (E.C.Zeeman) است. تام معتقد است که نظریه کاتاستروف یک نظریه علمی نیست بلکه یک زبان برای بیان مسائل علمی است. اما ریاضیدانان معتقدند که نظریه کاتاستروف بر بدنه قوی قسمتی از ریاضیات که به وسیله تام و دیگران توسعه یافت استوار گردیده است. این نظریه به دنبال بررسی چگونگی تغییر جوابهای سیستم معادلات در ازای تغییر پارامترهای سیستم است. وقتی پارامترها تغییر می‌کند. ممکن است جوابها از یک مقدار به مقدار دیگر جهش کنند این جهش ((کاتاستروف)) نامیده می‌شود. نظریه پردازان رویدادهای کاتاستروف برخی پدیده‌های ناپیوسته مانند سقوط بازار سهام یا حمله ناگهانی سگی که هم ترسیده و هم عصبانی است، در حیطه کاربردهای این نظریه قرار می‌گیرد. نظریه کاتاستروف در رشته‌های مختلف از جمله فیزیک، بیولوژی، جامعه شناسی، علوم سیاسی، اقتصاد، زبان شناسی و روان شناسی مورد استفاده قرار گرفته است.

بسیاری از پدیده‌های طبیعی با معادلات دیفرانسیل قابل بیان هستند از جمله قوانین جاذبه و حرکت نیوتن، نظریه الکترومغناطیسی، قانون نسبیت عمومی. با وجود این معادلات دیفرانسیل از محدودیت ذاتی برخوردار است و آن این که پدیده‌هایی با معادلات دیفرانسیل قابل بررسی هستند که به صورت هموار و پیوسته تغییر کنند. در حالی که در دنیای واقع پدیده‌های زیادی وجود دارند که دستخوش تغییرات ناگهانی و ناپیوسته می‌شوند.

نظریه رویدادهای غیر منتظره از توپولوژی مشتق شده است و مساله پیش روی آن بررسی انواع تعادلها و نحوه انتقال از یک تعادل به تعادل دیگر سیستم استبه بیان دیگر تغییر ماهیت توپولوژیک یک سیستم وقتی که کمی اغتشاش (Perturbation) در سیستم ایجاد می‌شود، موضوع بررسی نظریه کاتاستروف است.

مطالعات متعددی در زمینه کاربرد نظریه کاتاستروف انجام گرفته است که از میان آنها می‌توان به زیمن (۱۹۷٤، ۱۹۷٦ Zeeman)، کاب (۱۹۹۸ Cobb)، گاستلو (۱۹۸۲ Gustello)، واریان (۱۹۸۱ Varian)، پو (۱۹۹۱ Puu)، لاک - وود (۱۹۹۳ Lockwood)، بالاسکو

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

(Balasko ۱۹۷۸)، رومل (Rummel ۲۰۰۰)، اشاره نمود. زمینه کاربرد این نظریات متنوع بوده و از علوم کامپیوتر تا روانشناسی گسترده شده است.

در قسمت بعد به زمینه‌های ریاضی نظریه کاتاستروف خواهیم پرداخت که شامل مباحث اجمالی از توپولوژی دیفرانسیل است. قسمت سوم شامل مثالهایی از نظریه رویدادهای کاتاستروف و تعریف نسبتاً صریح از آن است. همچنین زمینه‌های بالقوه کاربرد مورد بحث قرار می‌گیرد. بخش پایانی به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهاداتی جهت مطالعات آتی می‌پردازد.

۲- مفاهیم و زمینه‌های نظری

در مطالعه سیستمهای دینامیکی بررسی وجود یکتایی و پایداری تعادلها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یک نوع پایداری تحت عنوان پایداری ساختاری شناخته شده است که به مفهوم پایداری خواص توپولوژیک یک سیستم دینامیکی در مقابل برخی تغییرات پارامتری است. این مفهوم با مفاهیمی مانند ترنسور سالیتی و قابلیت بسط با سریهای تیلور در ارتباط است که ذیلاً به آن‌ها می‌پردازیم.

۲-۱- پایداری ساختاری (Structural)

فرض کنید $F : X \to R^n$ یک میدان برداری روی فضای وضعیت X تعریف کند، در این صورت به بیان مسامحه‌ای، اگر شوک‌های کوچک وارده بر نتایج ساختار توپولوژیک میدان برداری $\chi^{\bullet} = f(x)$ را تغییر ندهد، این سیستم پایداری ساختاری دارد.

برای مثال فرض کنید $\partial(x) = Ax, X = R^2$ که در آن A ماتریس ۲ × ۲ ناتکین است. در این صورت مبدا تعادل یکتای سیستم است و ماهیت توپولوژیک شارش حول مبدا به وسیله مقادیر ویژه ماتریس A معین می‌شود.

برای بیشتر انتخابهای A سیستم معین شده به وسیله $\chi^{\bullet} = A(x)$ به طور ساختاری پایدار خواهد بود زمانی که تغییرات کوچک در A علامت مقادیر ویژه را تغییر ندهد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

یک استثناء حالتی است که قسمت حقیقی هر دو ریشه مساوی صفر است. در این صورت شارش سیستم شامل مدارهایی حول مبدا است که هر تغییر کوچک A مقادیر ویژه غیر صفر را نتیجه خواهد داد و شارش‌ها را از شکل مدار بسته خارج خواهد ساخت.

وقتی ساختار توپولوژیک سیستم تغییر فاحش از خود نشان دهد ناپایداری ساختاری داریم.

اگر $\chi^{\bullet} = f(x)$ میدان برداری و D^n فضای وضعیت باشد فرض کنید Ω فضای تمامی توابع مشتق پذیر پیوسته از D^n به R^n باشد و Ω، اندازه استاندارد C^1 را داشته باشد یعنی دو تابع به هم نزدیک هستند اگر مقادیر و مشتقاتشان به هم نزدیک باشد. حال می‌توان مفهوم اغتشاش (Perturbation) را به عنوان یک انتخاب از هر تابع در baff - ξ طول f تعریف کرد.

اگر بخواهیم ساختار توپولژیک $\chi^{\bullet}f(x)$ نسبت به اغتشاشات کوچک F ناوردا (invariant) باشد در این صورت باید آنها خصوصیات کیفی یکسان داشته باشند.

مفهوم مرتبط با این بحث هم ارزی توپولوژیکی (Topologicol equivalance) است. به بیان غیر دقیق شارش دو سیستم دینامیکی روی D^n به لحاظ توپولوژیکی معادل هستند اگر یک همسانریختی (Homeomorphisn)، $h: D^n \to D^n$ که مدارهای یک شارش به دیگری می‌برد وجود داشته باشد. همسانریختی را می‌توان با تغییر پیوسته مختصات نیز بیان کرد. بنابراین معادل بودن توپولوژیکی به مفهوم این است که با تغییر مداوم مختصات از شارشی به شارش دیگر رسید.

یک سیستم دینامیکی $\chi^{\bullet} = F(x)$ روی D^n به لحاظ ساختاری پایدار است اگر همسایگی‌هایی برای F وجود داشته باشد به طوری که برای هر تابع g در آن همسایگی شارش القاء شده به وسیله $\chi^{\bullet} = g(x)$ به لحاظ توپولوژیکی معادل شارش f باشد. به بیان مسامحهای یک سیستم دینامیکی به طور ساختار پایدار است اگر اغتشاشات کوچک در تابع f ماهیت کیفی شارش تغییر نکند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۲-۲- لم مورس (Morse Lemma)

فرض کنید $f:R^n \to R$، برای برخی $X.\varepsilon R^n$ دارای مشتق مرتبه اول مساوی صفر $x_0 = 5$ Df، اما ماتریس هشین آن در $\chi_\bullet$ نابتهگن (nondegnrate) باشد (یعنی دترمینان هشین در نقطه $\chi_\bullet$ غیر صفر است). در این صورت یک تغییر موضعی هموار مختصات حول $\chi_\bullet$ به $(y_1(x),.....y_n(x))$ وجود دارد به طوریکه

$y_1(X_5) = ...y_n(X_\bullet) = \bullet$ است و f شکل دقیق ذیل را دارد.

$$f(x_\bullet) + \frac{1}{2}\sum_{ij} H_{ij}(x_\bullet) y_i y_j$$

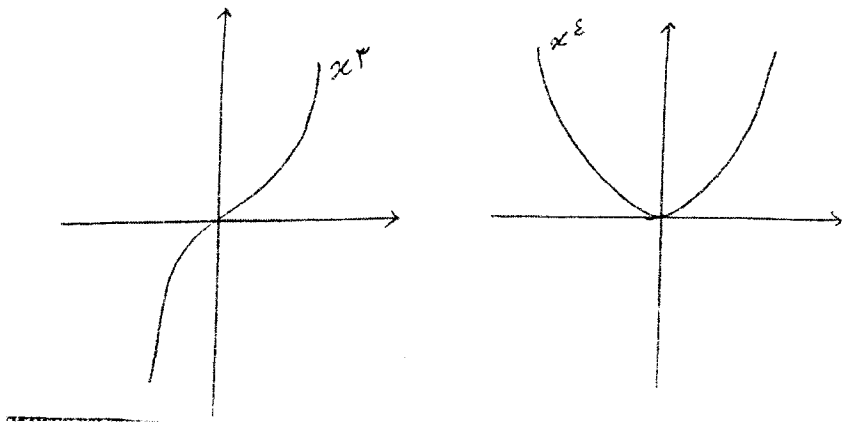
در نقاطی ممکن است، هشین دترمینانی برابر با صفر داشته باشد که این نقاط غیر مورس (Non- Morse) نامیده می‌شوند. همسایگی‌های چنین نقاطی نیاز به بسط‌های تیلور مرتبه سه یا بالاتر دارند.

یک تابع $f:R^n \to R$ تابع مورس نامیده می‌شود اگر در هر نقطه‌ای که مشتق اول صفر است هشین ناتبهگن باشد. توابع مورس ویژگی‌های ذیل را دارد.

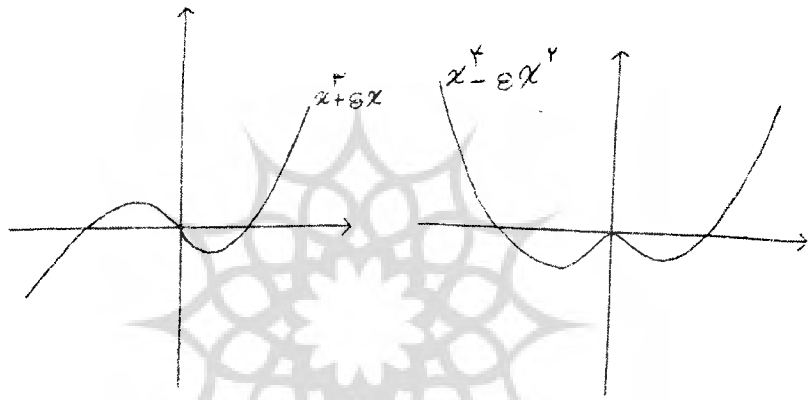
الف) آن‌ها به طور موضعی ((ساده)) (Simple) هستند، که قابل بیان به شکل تابع خطی یا توان دوم هستند. (لم مورس)

ب) آن‌ها به لحاظ ساختاری پایدارند: یعنی یک اختلال به اندازه کافی کوچک یک تابع مورس f همیشه می‌تواند به همان شکل اولیه (اصلی) f با تغییر مختصات و مقیاس بیان شود. برای مثال اضافه کردن x به $x^2 + y^2$ و $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 - \frac{1}{4}$ را نتیجه می‌دهد که می‌تواند به صورت $u^2 + v^2$ با قرار دادن $X + \frac{1}{2} = u$ و $y = v$ و قراردادن مبدا R در $\frac{-1}{4}$ بیان شود. یک تعدیل مشابه می‌تواند با $X^2 + y^2 + g(x,y)$ که در آن g هر تابعی از تمام مشتقاتش است که به اندازه کافی کوچک هستند. بیان شوداین خاصیت داشتن یک مینیمم مطلق (یا موضعی) علیرغم اختلالات حفظ می‌شود. در مقابل توابع نمودار ذیل:

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی



پایداری ساختاری ندارند، زیرا یک اختلال کوچک در آنها با یک ε مثبت موجب رسیدن به توابع ذیل



خواهد شد که ماکزیمم و مینیمم آن‌ها متفاوت است و با تغییر مختصات از بین نمی‌رود.

توابع مورس همیشه وجوددارند. به عبارت روشن‌تر همیشه می‌توان توابع غیرمورس را به مورس تبدیل کرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

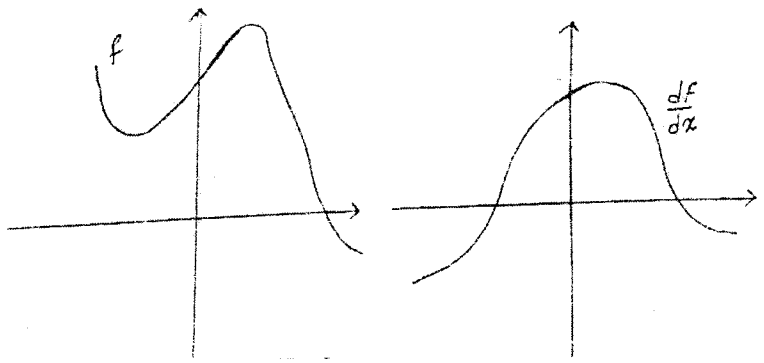
تقریب مرتبه اول نقاط غیر مورس را می‌توان از معادله $\begin{bmatrix} X \\ t \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} g \\ \det H \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} H & W \\ Z^r & C \end{bmatrix}$ که در آن g گرادیان، H ماتریس هشین، $w = \partial_t g$، $Z = \nabla \det H$ و $C = \partial_t \det H$ است که در نقطه بحرانی موردنظر $(x_\circ, t_\circ)$ است.

۲-۳- کاربرد ترنسور سالیتی

یک تابع مانند $f : \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}$ تابع مورس است اگر فقط نقاط بحرانی زینی، ماکزیمم و مینیمم داشته باشد. در کاربردهای کاتاستروف اغلب ضروری است که انتخابهایی از f را که در میان خانواده‌ای از توابع تغییر می‌کند در نظر بگیریم. از نظر ریاضی این مهم است که توجه شود ممکن است توابع به تنهایی نقاط غیر مورس داشته باشند و غیر موضعی (atypical) باشند اما آن‌ها به عنوان یک خانواده موضعی (typical) هستند. موضعی (typical) بودن تابع مورس نتیجه ترنسور سالیتی است. تابع $f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$ مفروض است و نمودار f و $\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dx}}$ در ذیل رسم شده است.

مشتق f و $\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dx}}$ بر خط صفر ترسنسور سال است. زیرا هیچ خطی که بر هر دو (خط صفر و منحنی صفر عمود باشد نمی‌توان یافت).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی



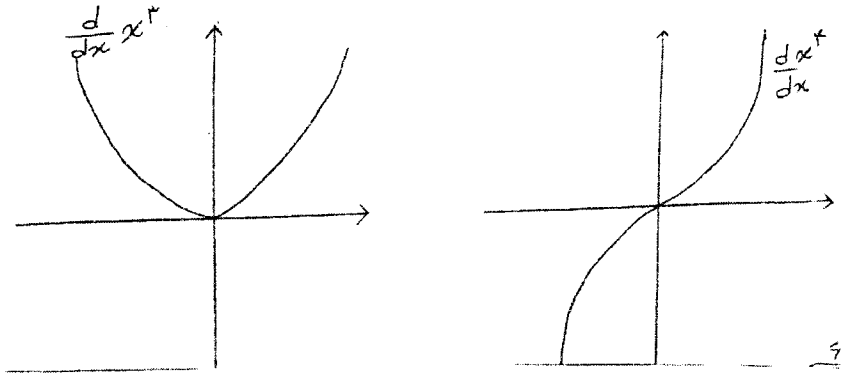
همانطور که ملاحظه می‌شود $\frac{df}{dx}$ با شیب غیر صفر از خط صفر می‌گذرد:

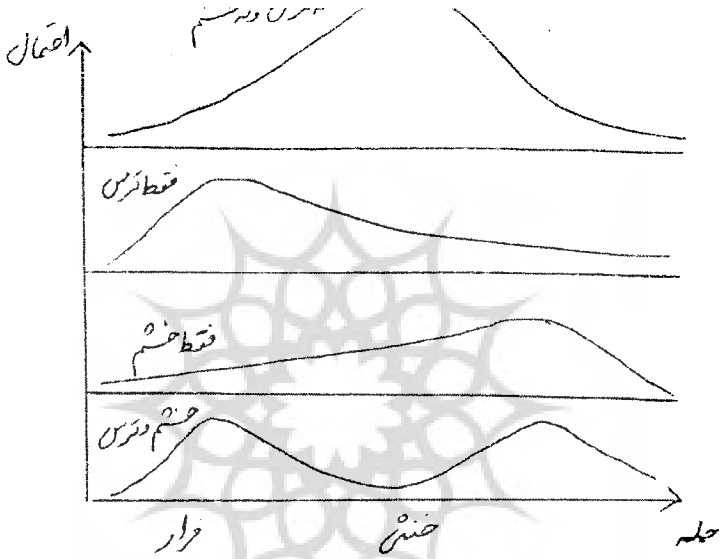
$$\frac{df}{dx}\ |x_o = 0, \frac{d^2f}{dx^2}|x_o = 0$$

بنابراین در هیچ نقطه‌ای هر دو مشتق همزمان صفر نیستند و تابع بر حسب سری‌های تیلور قابل بیان است.

توابع ترنسور سال پایدار هم هستند. زیرا یک لرزش کوچک در تابع شکل کلی آن را تغییر نخواهد داد. توابعی که پایداری ساختاری دارند ویژگی‌های کیفی خود را حفظ می‌کنند. نمونه این توابع نمودار پیش هستند. توابع $f(x) = x\xi, f(x) = x^3$ به لحاظ ساختاری پایدار نیستند زیرا مشتقات آن‌ها به خط صفر ترنسور سال نیستند (نمودارهای ذیل).

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

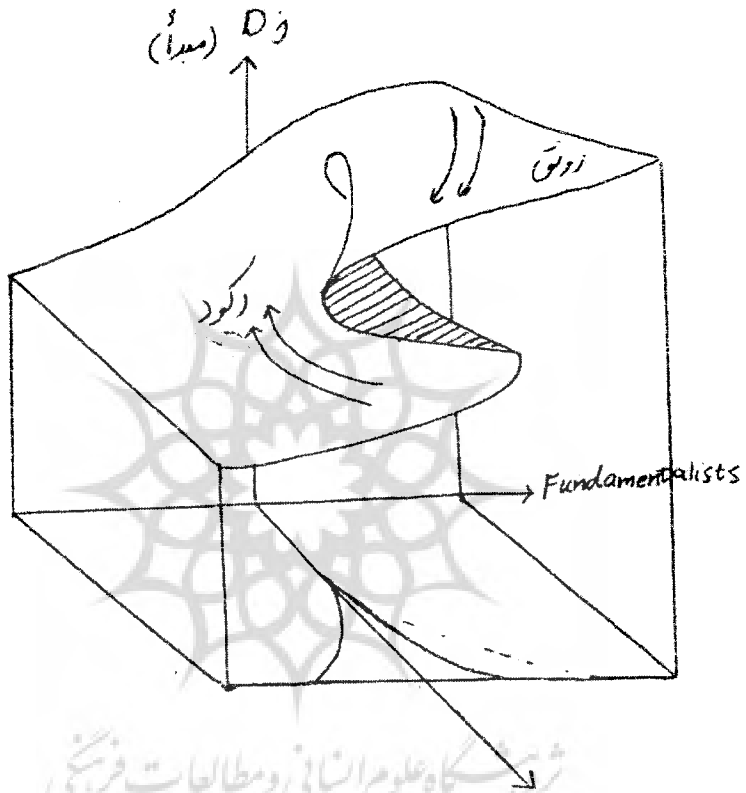




مثال دیگر بازار سهام است که توسط زیمن در ژورنال اقتصاد ریاضی ارائه گردیده است.در این مدل زیمن دو حالت مختلف بازار سهام رونق (bulish) و رکود (bearish) را با

تغییرات شاخص بازار سهام (به عنوان مثال دو جونز) مشخص می‌کند وقتی $\frac{d(Dj)}{dt} > 0$ بازار در حالت رونق و وقتی $\frac{d(Dj)}{dt} < 0$ بازار در حالت رکود است. متغییرهای کنترل اضافه تقاضای خریداران فاندامنتالیست (Fundamentulist) و خریداران چارتیست (Chartist) هستند. اگر چارتیست‌ها بر بازار تسلط پیدا کنند (تعداد خریداران سهام که تفکر چارتیستی دارند بیشتر از گروه دیگر شود) رفتار بازار کاتاستروف خواهد بود. (نمودار ذیل) در غیر این‌صورت رفتار بازار با رویه هموار قابل توضیح است.

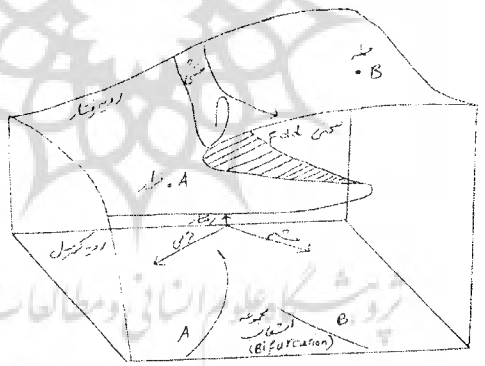
شکل



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۳- نظریه کاتاستروف و کاربردها

تغییر از یک تعادل به تعادل دیگر که به وسیله تغییر پارامترهای یک سیستم دینامیکی اتفاق می‌افتد در دنیای واقعی نیز برای برخی از پدیده‌ها مصداق می‌یابد. جهش ناگهانی از یک سطح رفتاری برای انسان‌ها و حیوانات، گذر از یک اقتصاد برخوردار زندگی معیشتی به صنعتی، گذر از یک رژیم سیاسی به رژیم دیگر، تغییر موضع در مباحثه و مجادله هم از انواع این تغییر هستند. ذکر مثالی که زیمن در مقاله خود در American Scientific به سال ۱۹۷۵ ذکر کرده است می‌تواند به توضیح بیشتر مطلب کمک کند. رفتار سگ با دو متغیر کنترل ترس و خشم قابل بیان است. اگر یک سگ بیش از حد ترسانده شود فرار خواهد کرد و اگر بیش از حد خشمگین شود حمله خواهد کرد. اما حالتی وجود دارد که میزان ترس و خشم در سگ تمایل به برابری دارد و سگ در حالت تعارض قرار گرفته است. یک افزایش اندک در ترس سگ موجب فرار و یک افزایش کوچک در خشم سگ موجب حمله خواهد شد. این همان ناپیوستگی و تغییر ناگهانی رفتار است. اگر یک تعادل حمله و تعادل دیگر فرار باشد همانطور که گفته شد یک تغییر اندک ویژگی کیفی سیستم را می‌تواند تغییر دهد. این تغییر متناظر با تغییرات ویژگی‌های توپولوژیک سیستم‌های دینامیک است. نمودار زیر رفتار سگ را نشان می‌دهد. سه رویه رفتاری وجود دارد. ۱- رویه پایین (فرار) ۲- رویه بالا (حمله) و ۳- رویه میانی (رویه ناپایدار). رویه میانی کم احتمال‌ترین رفتار را نشان می‌دهد در حالی‌که رویه‌های دیگر هر دو متحمل هستند و به‌عبارت دقیق‌تر توزیع دوسری است.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

وقتی تعداد چارتیست‌ها بیشتر می‌شود و تقاضای موثر دارند از رویه پایین به بالا حرکت می‌کنیم و این حرکت ناگهانی است. در حالی‌که در مبدا که تعداد چارتیست‌ها صفر است این تغییر ناگهانی وجود ندارد یک منحنی همواره تقاضای Fundamamentalists را منعکس می‌کند.

از جمله کاربردهای مهم کاتاستروف تئوری در بیان گذار از یک وضعیت پایدار به وضعیت پایدار دیگر است (Puu, ۱۹۹۱, p.٥.) تغییر شکل از سه لحاظ چرایی، چگونگی و زمان برای ارگانیسم‌های زنده از طریق این نظریه قابل بررسی است. در حیطه نظریه رشد بحث انباشت سرمایه و خیر از طریق یک فشار قوی بیرونی ممکن است که در صورت تحقق، اقتصاد را از یک تعادل به تعادل دیگر انتقال خواهد داد. (puu, ۱۹۹۱, p.٥٥) تغییر پارامترهای تابع تولید از تغییر بهره وری و مقیاس بهینه فعالیت و امثال آن ناشی می‌شود می‌تواند موجب انتقال از یک تعادل به تعادل دیگر شود که این بحث با مباحث مطروحه در خصوص تغییر تعادل‌های سیستم‌های دینامیکی در اثر تغییر پارامترهای سازگاری دارد. این انتقال از یک تعادل به تعادل دیگر ناگهانی است و اقتصاد بسته به میزان سطح سرمایه می‌تواند از سه تعادل چادرنشینی، کشاورزی و صنعتی یکی را انتخاب نماید.

با توجه به مقدمات ذکر شده می‌توان نظریه کاتاستروف را به شرح ذیل بیان کرد.

سیستم دینامیکی ذیل را در نظر بگیرید $x^{\bullet} = f(x,a), f : X \times A \to R^n$ که در آن سیستم به وسیله پارامترهایی مانند $a = (a,.....a_n)$ پارامتری شده است. حال فرض کنید که a به صورت آرام طی زمان تغییر می‌کند. بیشتر اوقات این تغییرات زمانی کوچک منجر به تغییرات اساسی در ماهیت کیفی سیستم دینامیکی نخواهد شد. با وجود این گاهگاهی تغییر ساختاری خواهیم داشت.

برای مثال یک سیستم روی R^1 را در نظر بگیرید. $x^{\bullet} = x^2 + a$

اگر a مثبت باشد تعادلی برای سیستم وجود ندارد. اگر a صفر باشد یک تعادل $x^{\bullet} = 0$ وجود دارد و اگر a منفی باشد دو تعادل $x_2^{\bullet} = a^{\frac{1}{2}}$ و $x_{1\bullet} = -a^{\frac{1}{2}}$ دستیافتنی است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

وقتی a از نقطه صفر عبور می‌کند ماهیت توپولوژیک سیستم تغییر اساسی به خود می‌بیند که در این صورت می‌گوئیم صفر یک کاتاستروف برای سیستم $x^{\bullet} = x^2 + a$ است.

فرض کنید $V : R^n \times R^2 \to R$ یک تابع پتانسیل برای سیستم گرادیان باشد که در آن R^n فضای وضعیت سیستم و R^2 فضای پارامتر است. در این صورت تعادل سیستم

$$x^{\bullet} = D_x V(x,a)$$

نقاط تکین (Singularities) تابع V(X, a) است. به عبارت دیگر $x^{\bullet}$ یک تعادل است اگر $D_x V(x,a)$ صفر شود.

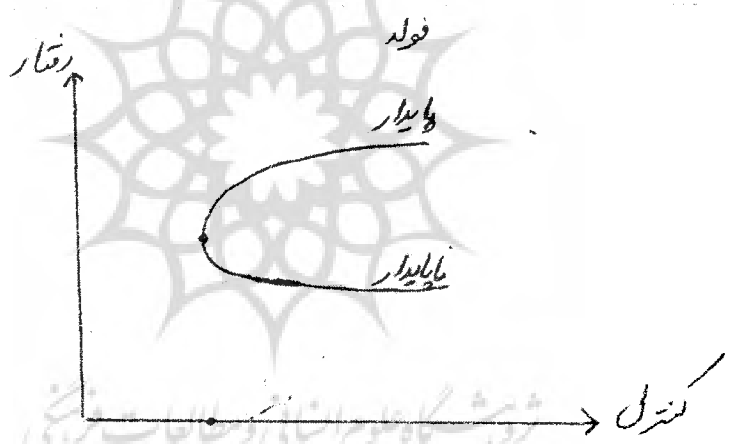
در مثال اخیر

$$V(x,a) = \frac{x^3}{3} + ax$$

و

$$D_x V(x,a) = x^2 + a$$

این ساده‌ترین شکل مدل‌های کاتاستروف فولد (Fold) است. اگر $r \le 4$ باشد (بعد فضای پارامتر) فقط هفت نوع مجزا از تکین‌های پایدار وجود دارد. این همان قضیه طبقه‌بندی تام است.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

انواع معادلات کاتاستروف به صورت جدول ذیل قابل نمایش است.

	کاتاستروف	ابعاد کنترل	ابعاد رفتار	تابع
هیپربولیک‌ها	Fold فولد	۱	۱	$u_1^3 + t_1 u_1$
	Cusp کاسپ	۲	۱	$\pm(u_1^4 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1)$
	Swallowtail دم‌پرستو	۳	۱	$(u_1^5 + t_3 u_1^3 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1)$
	butterfly	۴	۱	$\pm(u_1^6 + t_4 u_1^4 + t_3 u_1^3 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1)$
	wigwam	۵	۱	$u_1^7 + t_5 u_1^5 + t_4 u_1^4 + t_3 u_1^3 + t_2 u_1^2 + t_1 u_1$
اهیپربولیک‌ها	elliptic	۳	۲	$u_1^2 + u_2 - u_2^3 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1$
	Hyperbolic	۳	۲	$u_1^2 u_2 + u_2^3 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1$
	Parabolic	۴	۲	$\pm(u_1^2 u_2 + u_2^4 + t_4 u_1^2 + t_3 u_2 + t_1 u_1)$
	Second elliptic	۵	۲	$u_1^2 u_2 - u_2^5 + t_5 u_1^3 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1$
	Second hyperbolic	۵	۲	$u_1^2 u_2 + u_2^5 + t_5 u_1^3 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1^2 + t_2 u_2 + t_1 u_1$
	Symbolic	۵	۲	$\pm(u_1^3 + u_2^4 + t_5 u_1^2 + t_4 u_2^2 + t_3 u_1 u_2 + t_2 u_2 + t_1 u_1)$

منبع: Post & Stewart 1976، ص ۷۴

مهمترین و کاربردی‌ترین نوع معادلات کاتاستروف کاسپ است که مشخصات آن عبارتند از:

۱- دومدی بودن طی قسمتی از دامنه

۲- جهش ناگهانی از یک مد به مد دیگر

۳- تاخیر داشتن (hystersis)

٤-دسترس ناپذیر بودن رویه میانی

۵- واگرملی: یک تغییر کوچک ممکن است یک تغییر بزرگ در رفتار را موجب شود.

مدل‌سازی گذر از اقتصاد با برنامه‌ریزی متمرکز به اقتصاد بازار از طریق نظریه کاسپ ممکن است اگر اقتصاد بتواند با هر دو سیستم کار کند.

(دو سطح رفتاری). در حالی که اگر روی کار آمدن یک سیستم مستلزم از میان رفتن سیستم دیگر باشد در این صورت استفاده از مدل فولد (Fold) قابل توصیه است. اتحاد آلمان شرقی نمونه‌ای از این کاربرد است. گذر ناموفق سیستم‌های اقتصادی به یکدیگر می‌تواند با مدل دم پرستو (Swallowtiall) که سه پارامتر کنترل دارد تبیین شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مدل Butterfly از نظر بنه تام بنیانگذار نظریه کاتاستروف یک سیستم Source _ Messag _ Receiver است. این مدل چهار پارامتری در مدل سازی منشاء ابداعات (هسته)، تعامل پیام (بخش فرمان که سعی در تقلید تکنولوژی با ساختاری غیر بازاری دارد) و دریافت کننده (کشورهای جهان سوم) که منفعل هستند، کاربرد دارد.

مدل‌های آمبیلیک (هزلولی، بیضی وسهمی) شامل تعامل بین علت و معلول هستند. (هر کدام از این معادلات دو متغیر وضعیت دارند). این نوع رفتار می‌تواند به عنوان وضعیت پیچیده همکاری و رقابت در عرصه جهانی تفسیر شود.

برخی کاربردهای بالقوه نظریه کاتاستروف را می توان به شرح ذیل بیان کرد:

۱- مدل‌های رشد غیرخطی که تعادل‌های آن‌ها بستگی به پارامترهای سیستم داشته باشد می‌تواند از طریق این نظریه مدل‌سازی شده و برای بیان و آزمون برخی از نظریات مانند خیزستو مورد استفاده قرار گیرد.

۲- مباحث اقتصاد نهادگرایی و تغییرات نهادی به منزله پارامتر سیستم اقتصادی که تغییر ناگهانی ایجاد می‌کنند در حالی‌که تغییر آنها کند و گاها اندک است.

۳- تغییر نظام اقتصادی از متمرکز به بازار آزاد.

٤- گذر از جامعه سنتی به مدرن

٥- منحنی فلیپس که به طور اولیه مورد بررسی قرار گرفته است.

٦- تغییرات تکنولوژیک که منجر به تغییر روابط تولیدی و رشد می‌شود.

۷- رفتار مصرف کنندگان در انتخاب کالاها و تحقیقات بازاریابی.

البته به جز موارد فوق پدیده‌های متعددی در اقتصاد وجود دارند که می‌توانند با استفاده از نظریه کاتاستروف مدل‌سازی شوند و به طور کلی می‌توان گفت هرگاه تغییرات کیفی ناگهانی در سیستم اقتصادی ایجاد شود. استفاده از نظریه کاتاستروف قابل بررسی است. در هر مدل‌سازی تعیین متغییرهای وابسته و مستقل، پارامترها و شکل تبعی مدل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

کاربرد رگرسیونی مدل‌های کاتاستروف در نرم‌افزارهایی مانند Eviews ممکن نیست مگر این‌که محقق خود اقدام به نوشتن برنامه مناسبی نماید. برخی از محققین مانند Oliva نرم‌افزارهایی برای تخمین مدل‌هایی کاتاستروف معرفی کرده‌اند. همچنین دستورهایی که قابل اجرا در فورترن، پاسکال و SAS هستند در سایت‌های اینترنت وجود دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

به منظور بررسی جنبه‌های غیرخطی و ناپیوستگی برخی از پدیده‌های اقتصادی می‌توان از مدل‌های کاتاستروف استفاده کرد. در این راستا بایستی متغیرهای مستقل و وابسته و پارامترهای کنترل را مشخص کرده و از هفت نوع معادله کاتاستروف مدل مناسب را انتخاب کرد. تغییرات کیفی سیستمهای اقتصادی و گذار از تعادل معینی به تعادل جدید با نظریه مطروحه در این نوشته قابل بررسی است. یکی از مهمترین مدلهای از کاربردهای تجربی مدل اسپ است که دارای دو رویه تعادلی است. انتقال از یک تعادل به تعادل جدید در اثر تغییر پارامترهای مدل کاسپ صورت می‌گیرد.

مطالعات آتی در اقتصاد می‌تواند بر مشخص کردن زمینه‌ای کاربرد نظریه کاتاستروف مدل‌سازی تجربی نظریه، روشهای تخمین معادلات کاتاستروف و کاربردهای عملی آن متمرکز گردد. در ایران در سطوح دکتری و فوق لیسانس پرداختن به این نظریه در کنار نظریات شبکه‌های عصبی، مجموعه‌های فازی، تئوریامکان و نظریه آشوب می‌تواند در سوق دادن تحقیقات اربردی به سوی استفاده از این نظریات مفید باشد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

- Cobb, L. (1998). An Introduction to Cusp Surface Analysis, Aetheline Consultants, 200 oak Run Carbondale, Co 8 1632.
- Poston, T. & Stewart, I., N. (1976). Taylor Expansions and Catastrophes. Pitman publishing. London.
- Balasko, Y. (1978). Economic Equilibrium and Catastrophe Theory: AN Introduction, Econometrica, Vol. 46. No. 3 (May 1978).
- Groesen E.V. & E.M. Dejare (eds). Studies In mathematical physics. Volume 2. North Holland.
- Varian, H.R. (1981). Handbook of Mathematical Economics: Dynamical System With Application to Economics, North – Holland.
- Zeeman, E.C. (194). On the Unstable Behaviour of stock Exchanges. Journal of Mathematical Economics 1 (1974): 39 - 49.
- Zeeman, E.C. (1976). Catastrophe Theory Scientific America. 234.65-83.
- Lochwood, J.A. & Lochwood D.R. (1993). Catastrophe Theory: A Unified paradigm for Rangland Ecosystem Dynamics. Journal of Range Management 46 (4), July.
- Debreu, (1983). Mathematical Economics. Cambridge University press.
- Cobbloren (1978), "Stochastic Catastrophe Models and Mutimodal Distribution", Behavioral Science, 23, 360-374.
- Guastello, S.J.Moderator Regression and Shift Work: An Industrial Application of the Cusp – Difference equation. Behavioral Science, 1982 a, 27, 131-139.
- Puu, T. (1991). Nonlinear Economic Dynamics, Springer – Verlage.
- Guillemin & Pollack (1974), Differential Topology.
- Rummel, R.J. (2000). A Catastrophe Theory Model of the Conflict Helix With Tests, Working paper.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی